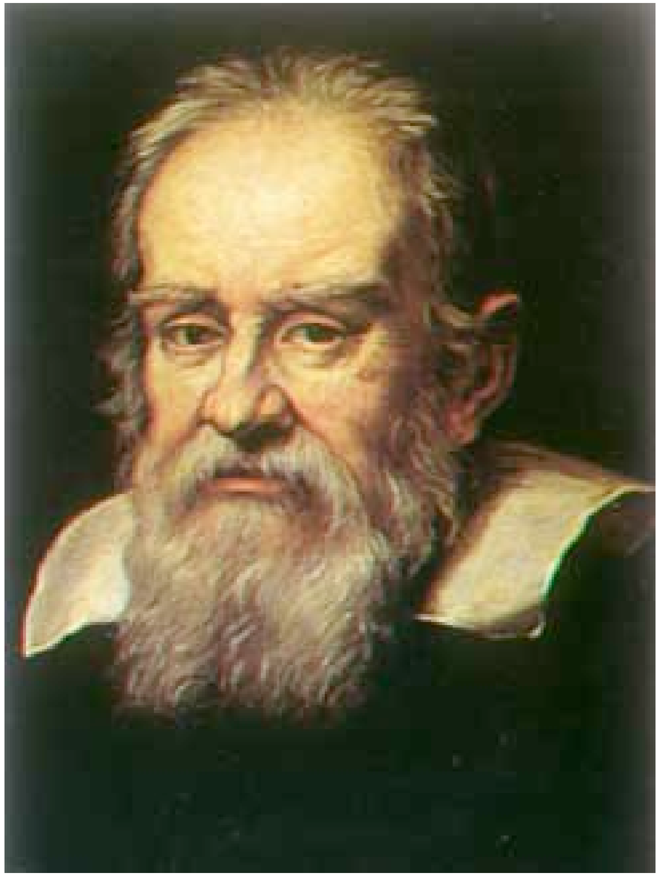
Fra Absolut Rum til Minkowski Rum

Relativitetsteorien 1630-1905

FOLKEUNIVERSITETET
27. NOVEMBER 2007

Poul Hjorth
Institut for Matematik
Danmarke Tekniske Universitet

Johannes Kepler (1571-1630)



Gallileo Galilei (1564 - 1642)

Galileis Skib

"Luk dig med nogle venner i under dæk i et stort skib...."

"... lad skibet sejle med en hvilkensomst hastighed, så længe bevægelsen er jævn og ikke duver fra side til side. I vil da finde ikke den mindste ændring i de effekter jeg har omtalt, og man vil ikke fra iagtagelser af dem alene kunne afgøre om skibet var i bevægelse eller lå stille. "

Isaac Newton (1643-1727)

Newtons 5 love:

Inertiens lov

"Et legeme der ikke er påvirket af kræfter bevæger sig jævnt og retlinet"

Accelerationsloven

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{F}$$

Aktion-Reaktion

Absolut Rum

Inertialsystemer eksisterer

Absolut Tid

Universel tid eksisterer

Absolute space, in its own nature, without relation to anything external, remains always similar and immovable.

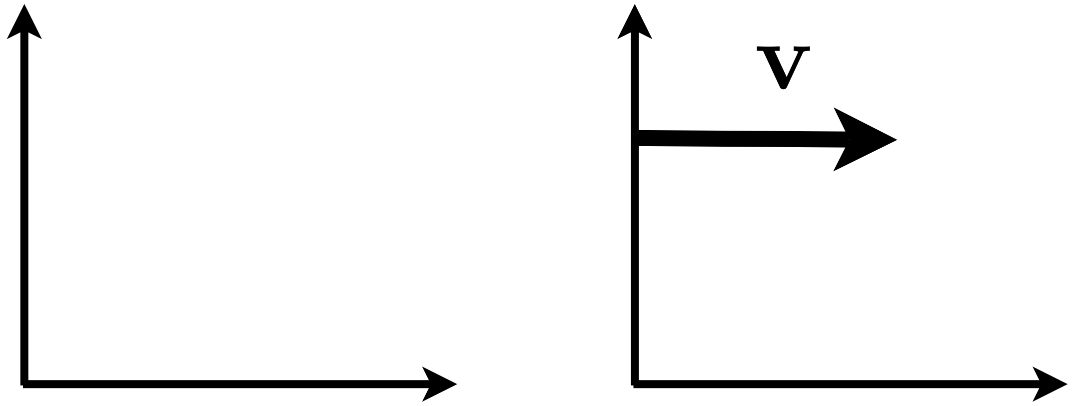
Absolute, true, and mathematical **time**, of itself and from its own nature, flows equably without relation to anything external, and by another name is called "duration".

DTU

Inertialsystemer

Tilsyneladende udgør et referencesystem hvis axer er faste i forhold til fixstjernene et intertialsystem.

Galilei-transformationen



$$x' = x - vt$$
$$t' = t$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

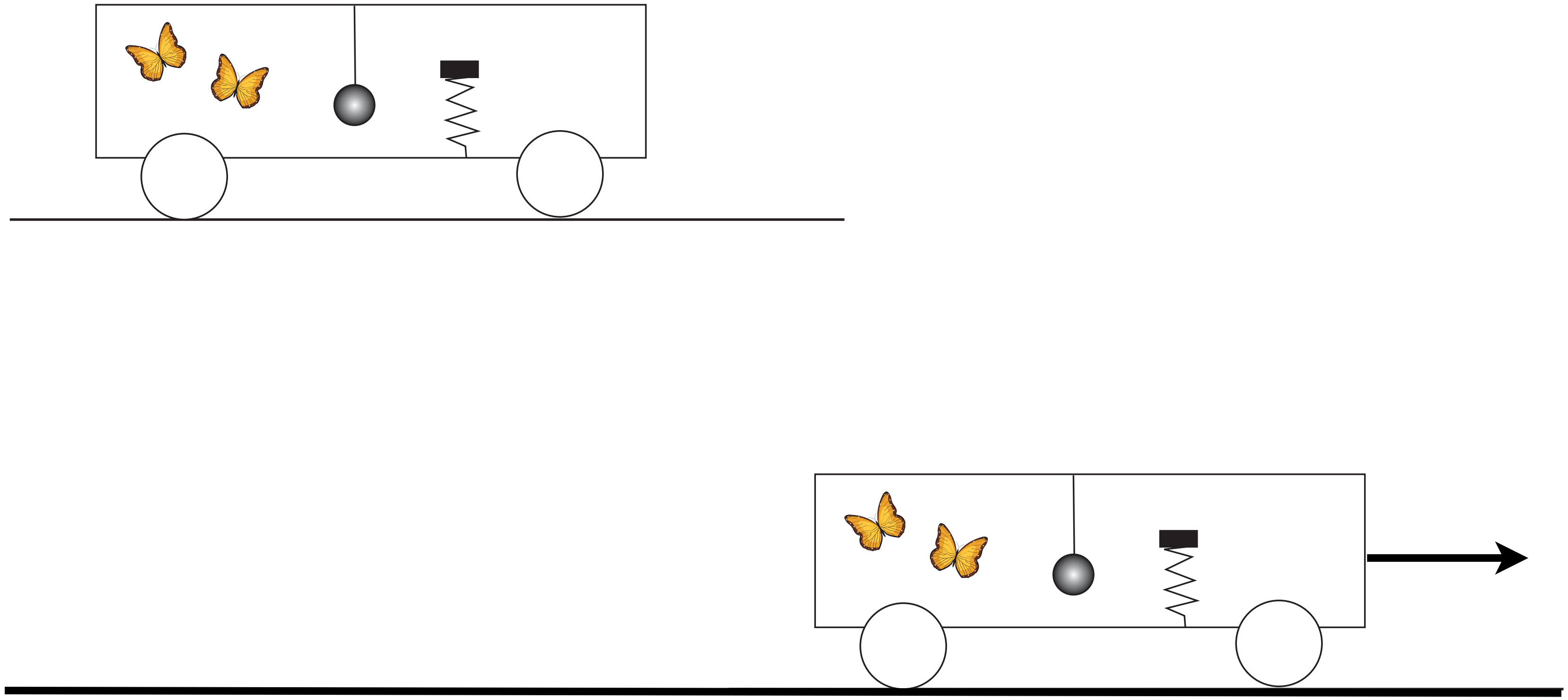
Invarians af kraftloven ved Galileitransformation:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t'^2} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$$

dvs

$$\frac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t'^2} = F'$$

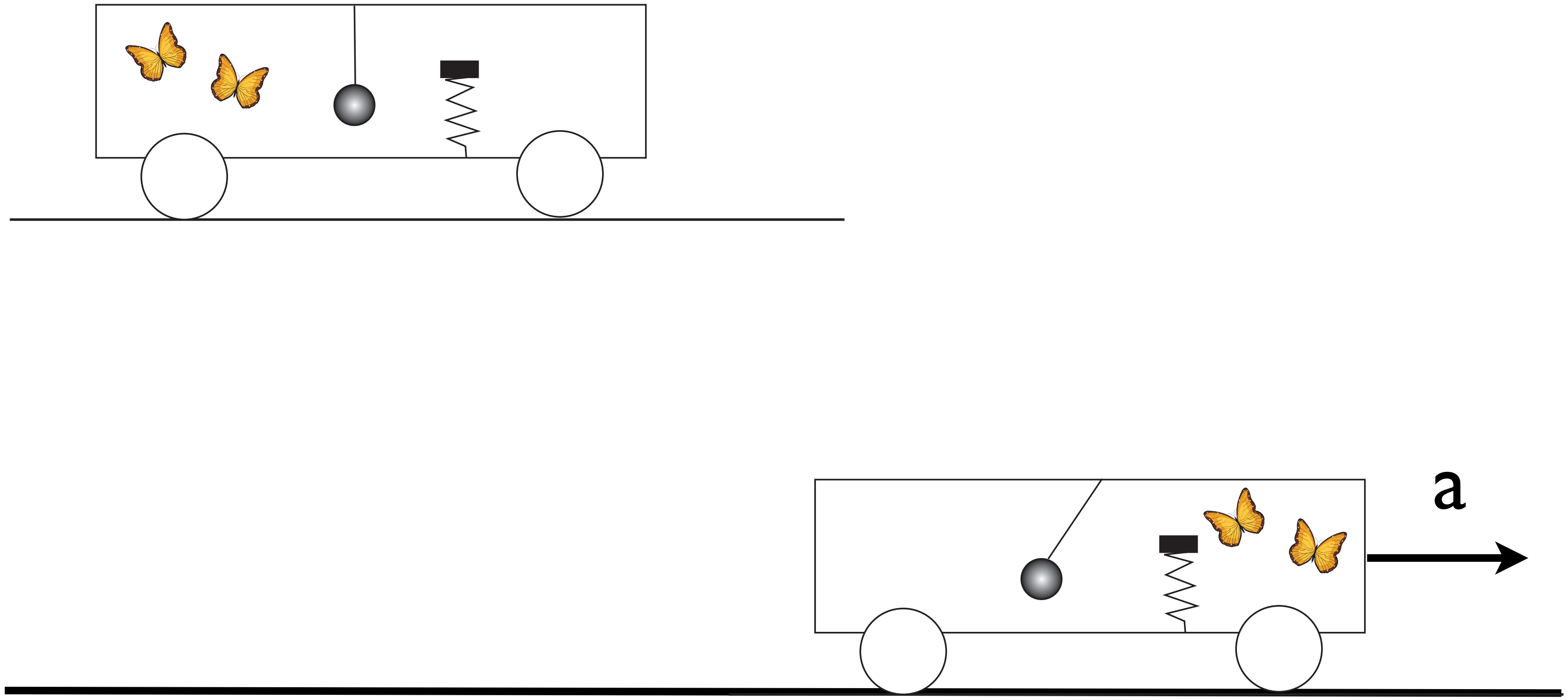
Newtons kraftlov er invariant under en Galileitransformation.



Invarians under en Galileitransformation

Inertialsystem --> Inertialsystem

Acceleration:



Varians under acceleration

Inertialsystem --> accelereret system

James Clark Maxwell (1831-1879)

Maxwell ligningerne for elektrodynamik:

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned}}$$

Er *Maxwell ligningerne* invariante over for en Galileitransformation ?

Nej

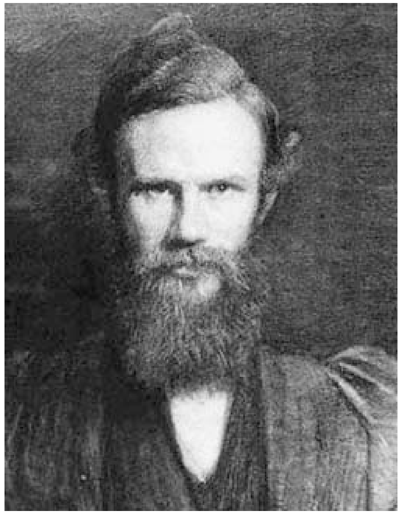
Æteren - det medium som er bærer af elektromagnetiske bølger

Maxwell ligningerne gælder kun præcist i reference-systemer der er i hvile i forhold til æteren

1905

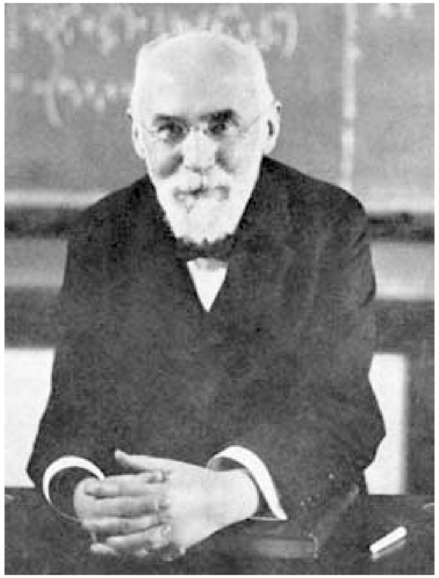
Albert Einstein (1879-1955)

Poincare (1854-1912)



FitzGerald (1851-1901)

Minkowski (1864-1909)



Lorentz (1853-1928)

Om Bevægede Legemers Elektrodynamik

A. Einstein
30. juni 1905

Det er velkendt at Maxwells elektrodynamik - således som den sædvanligvis forstås - indeholder, når den anvendes på bevægede legemer, asymmetrier, som ikke synes at være reelle fænomener. Som eksempel på dette kan nævnes den gensidige påvirkning mellem en magnet og en leder. De observerbare fænomener afhænger kun af den relative bevægelse mellem lederen og magneten, men den formelle behandling gør stor forskel på de to tilfælde hvor den ene af emnerne er i hvile og det andet er i bevægelse. Hvis magneten er i bevægelse og lederen er i hvile opstår nær magneten et elektrisk felt som igen udvirker elektriske strømme i de dele af lederen som er nær derved. Hvis derimod magneten er i hvile og lederen bevæger sig, så opstår der ingen elektriske felter nær magneten. I lederen fremkommer en elektromotorisk kraft som i sig selv ikke rummer nogen energi men som - idet vi stadig antager at de to situiationer er ækvivalente - giver anledning til de samme strømme i lederen som i det første tilfælde.

Sådanne eksempler, taget sammen med fejlslagne forsøg på at opdage nogen bevægelse af jorden gennem et 'lys-bærende medium', antyder at hverken elektrodynamik eller mekanisk fysik indeholder noget mål for absolut hviletilstand. Det antyder snarere, hvad allerede vides at gælde til laveste orden i små størrelser, at alle ligningerne for elektrodynamik og optik også vil være gældende i uændret form i alle referencesystemer hvor de mekaniske love gælder.

Transformationer mellem Inertialsystemer:

$$\beta = v/c \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$$

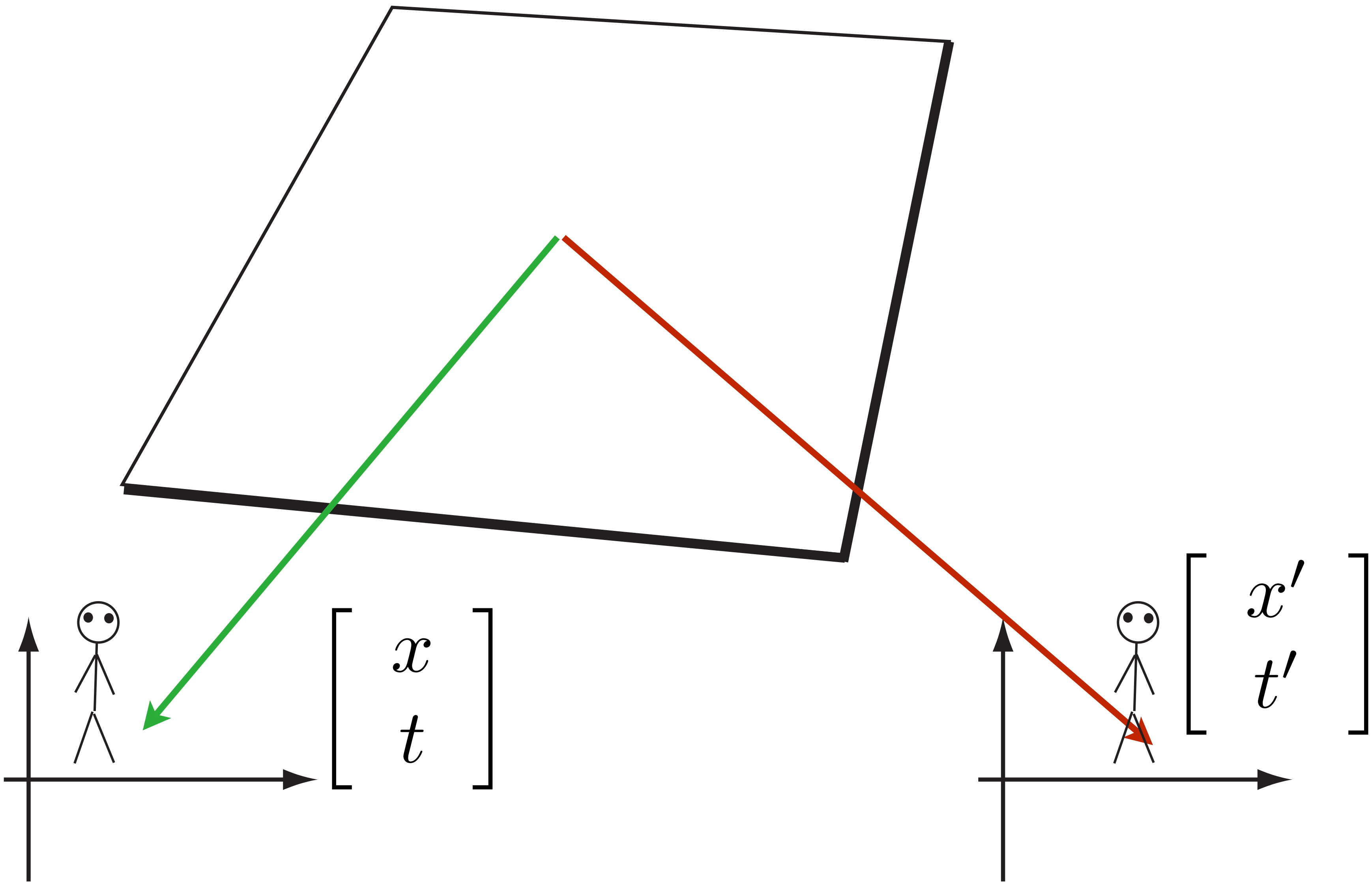
Lorentz-transformationerne

"De synspunkter på begrebet rum og begrebet tid som jeg nu vil fremlægge er groet frem på et fundament af eksperimentel fysik. De er radikale. Fra nu af er rum for sig og tid for sig dømt til at forsvinde til en skyggetilværelse, og kun en slags forening mellem de to vil bevare en uafhængig realitet."

Minkowski
i en tale til det tyske
Selskab for Naturvidenskab,
21. september 1908

Rumtid

Minkowski-rum



Lorentz-forkortelsen

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dvs en længde som i *x*' systemet er 1

vil i *x*-systemet opleves som kun $\frac{1}{\gamma}$

Tidsforlængelsen

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dvs et tidsrum på 1 i x-systemet svarer kun til $\frac{1}{\gamma}$ i x'-systemet.

Hastighedsaddition

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \gamma(\beta_1 + \beta_2) \\ \gamma(1 + \beta_1\beta_2) \end{matrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma\beta_1 \\ -\gamma\beta_1 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\beta_+ = \frac{\beta_1 + \beta_2}{(1 + \beta_1\beta_2)} \quad < \beta_1 + \beta_2$$

S L U T