Keplers Love

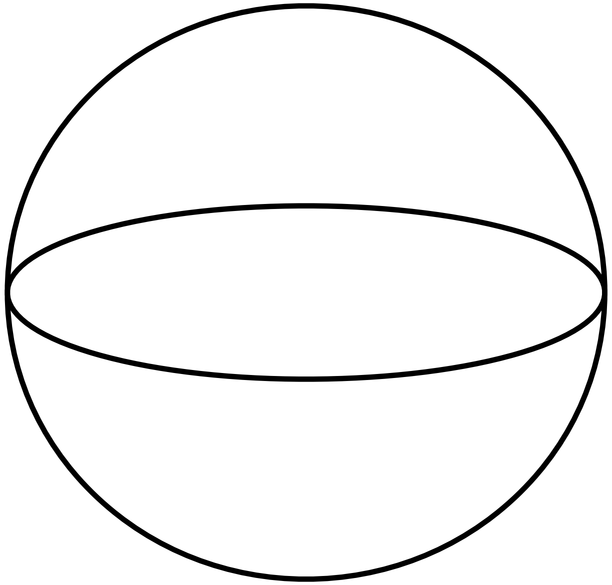
Om Kinematik og Dynamik i Renæssancens Astronomi

FOLKEUNIVERSITETET
9. OKTOBER 2007

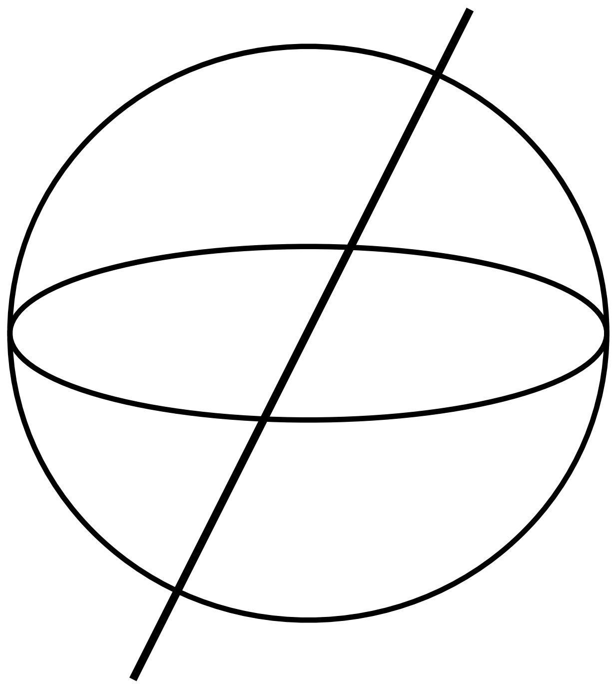
Poul Hjorth
Institut for Matematik
Danmarke Tekniske Universitet

Middelalderens astronomi var en fortsættelse af oldtidens astronomi.

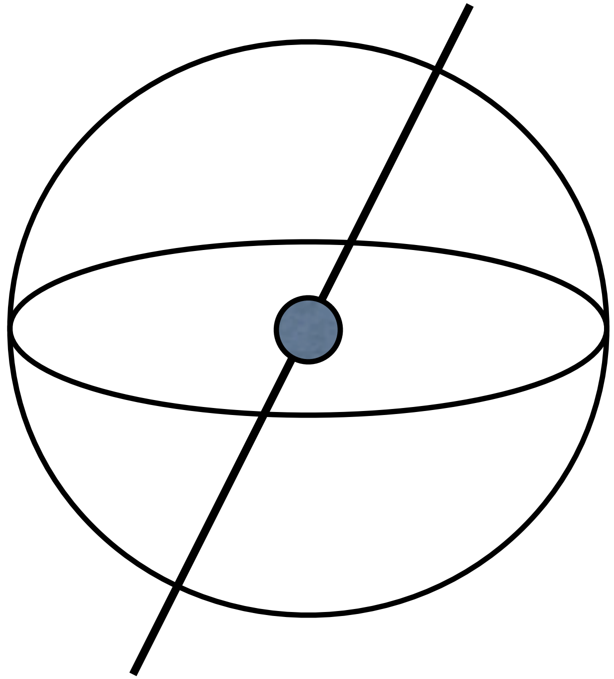
Middelalderens astronomi var en fortsættelse af oldtidens astronomi.



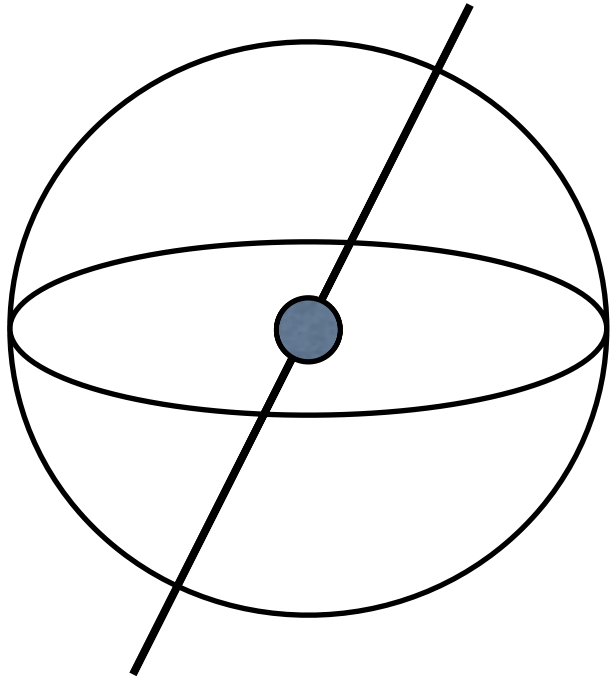
Middelalderens astronomi var en fortsættelse af oldtidens astronomi.



Middelalderens astronomi var en fortsættelse af oldtidens astronomi.

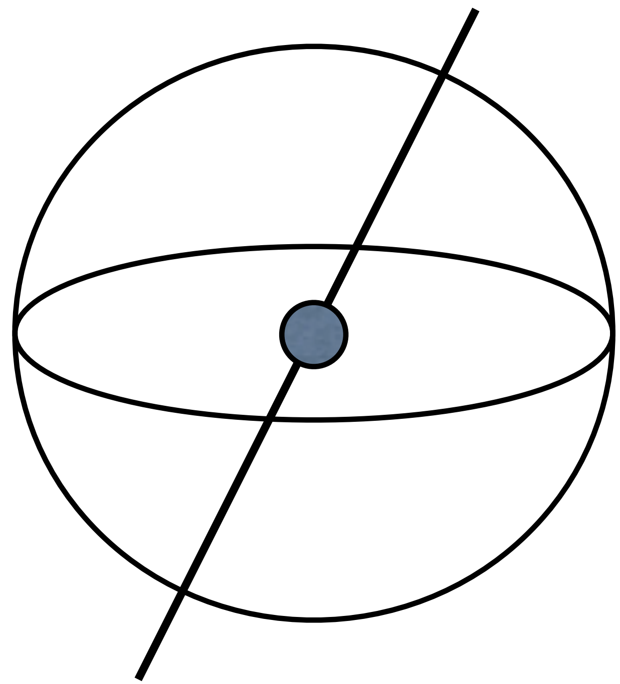


Middelalderens astronomi var en fortsættelse af oldtidens astronomi.



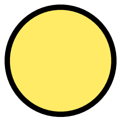
Jorden var universets centrum

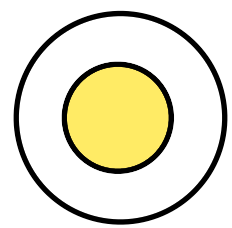
Middelalderens astronomi var en fortsættelse af oldtidens astronomi.

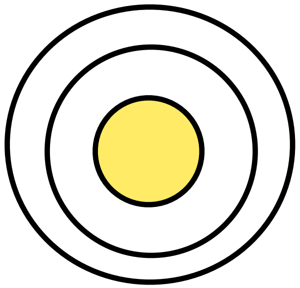


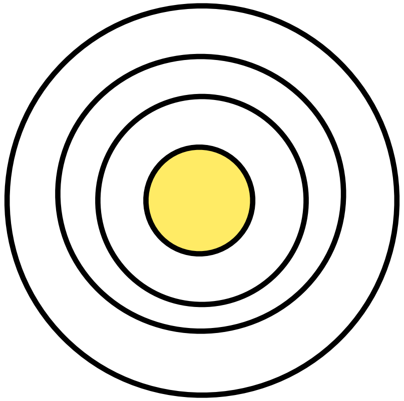
Jorden var universets centrum

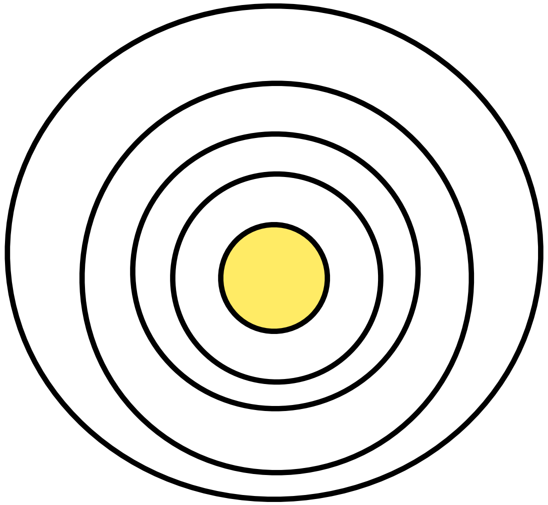
Men i 1543 publicerede Copernicus en model af planetsystemes hvor *solen* var i centrum og jorden blot en blandt andre planeter.

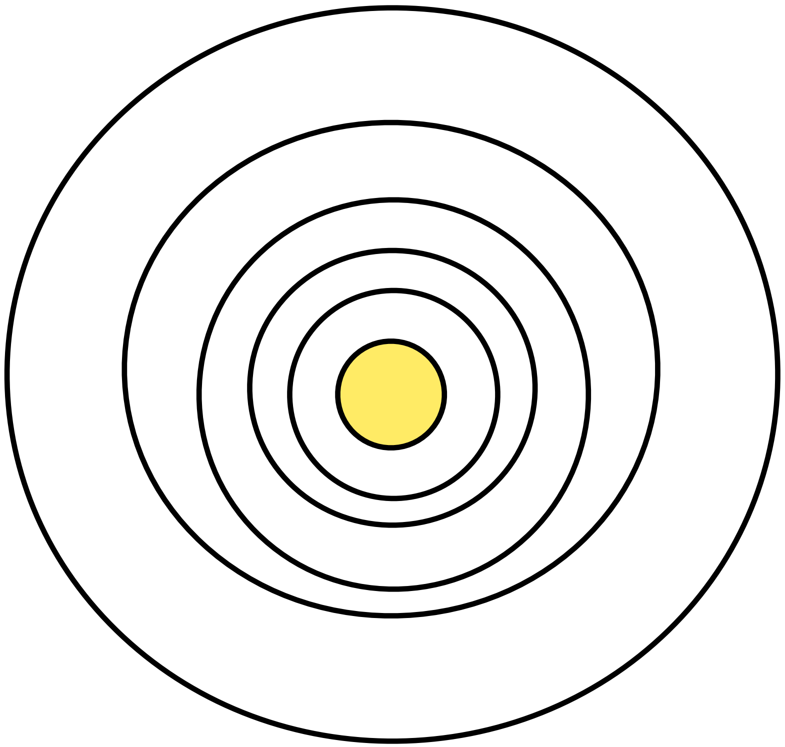


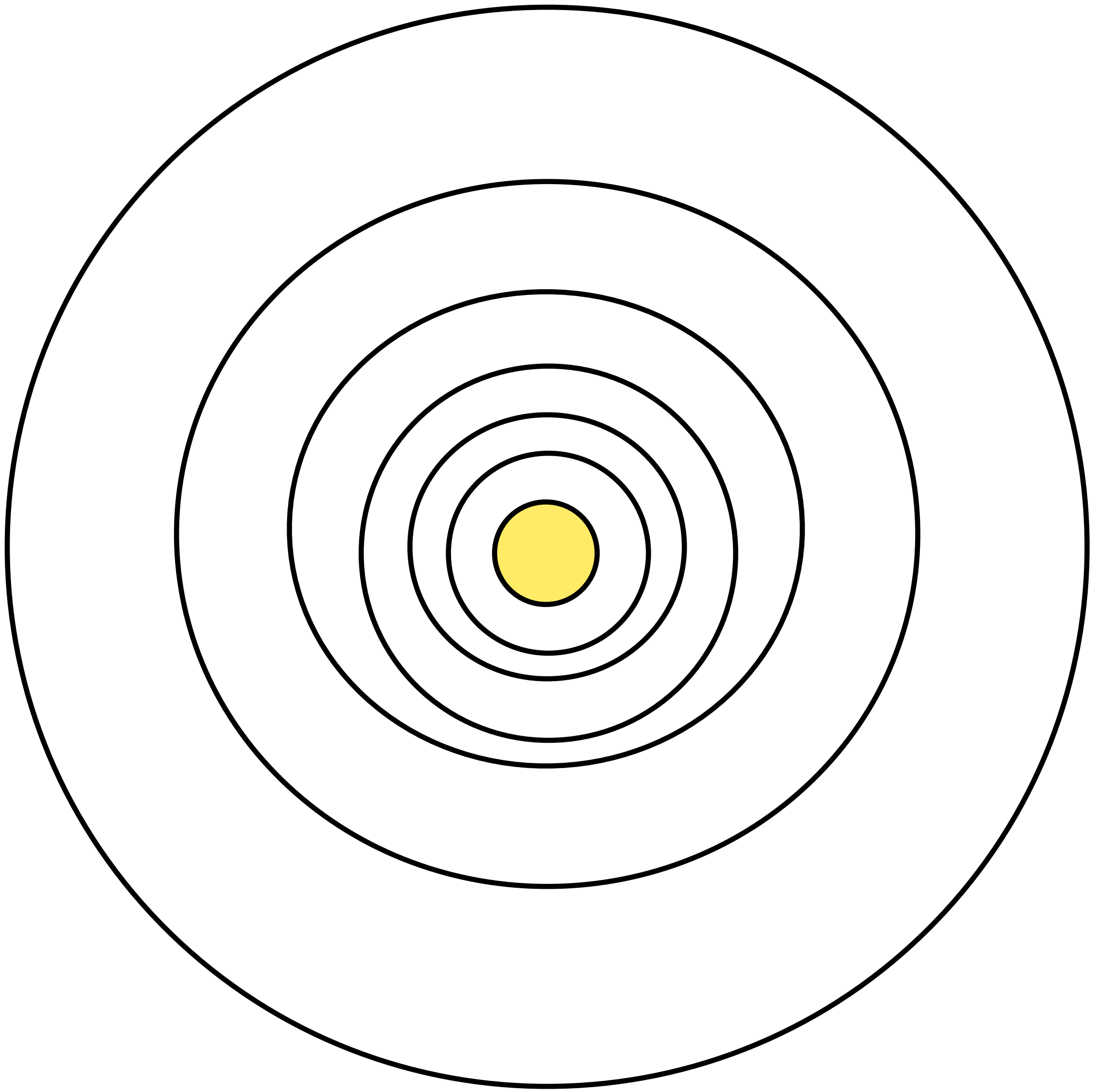


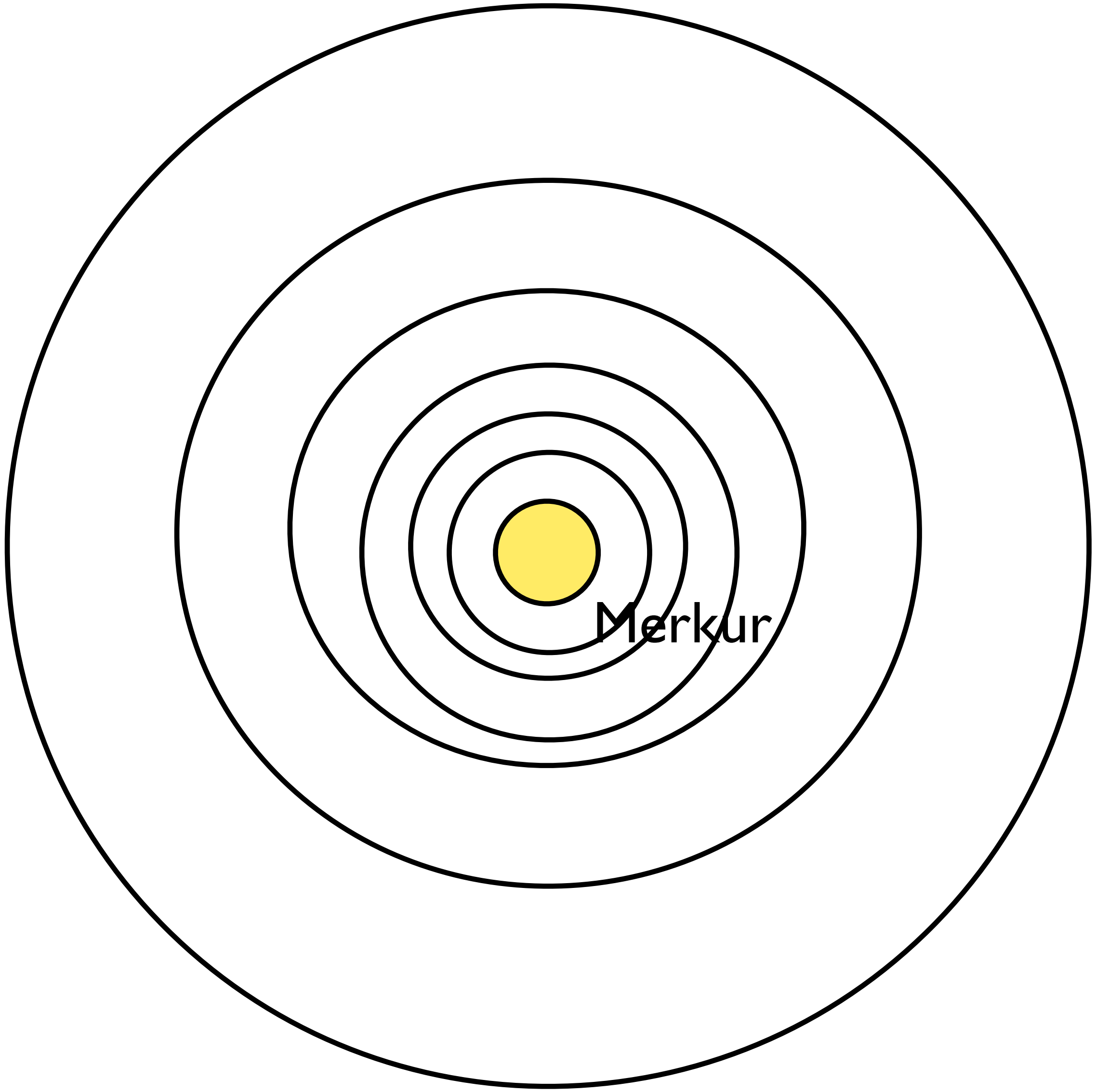


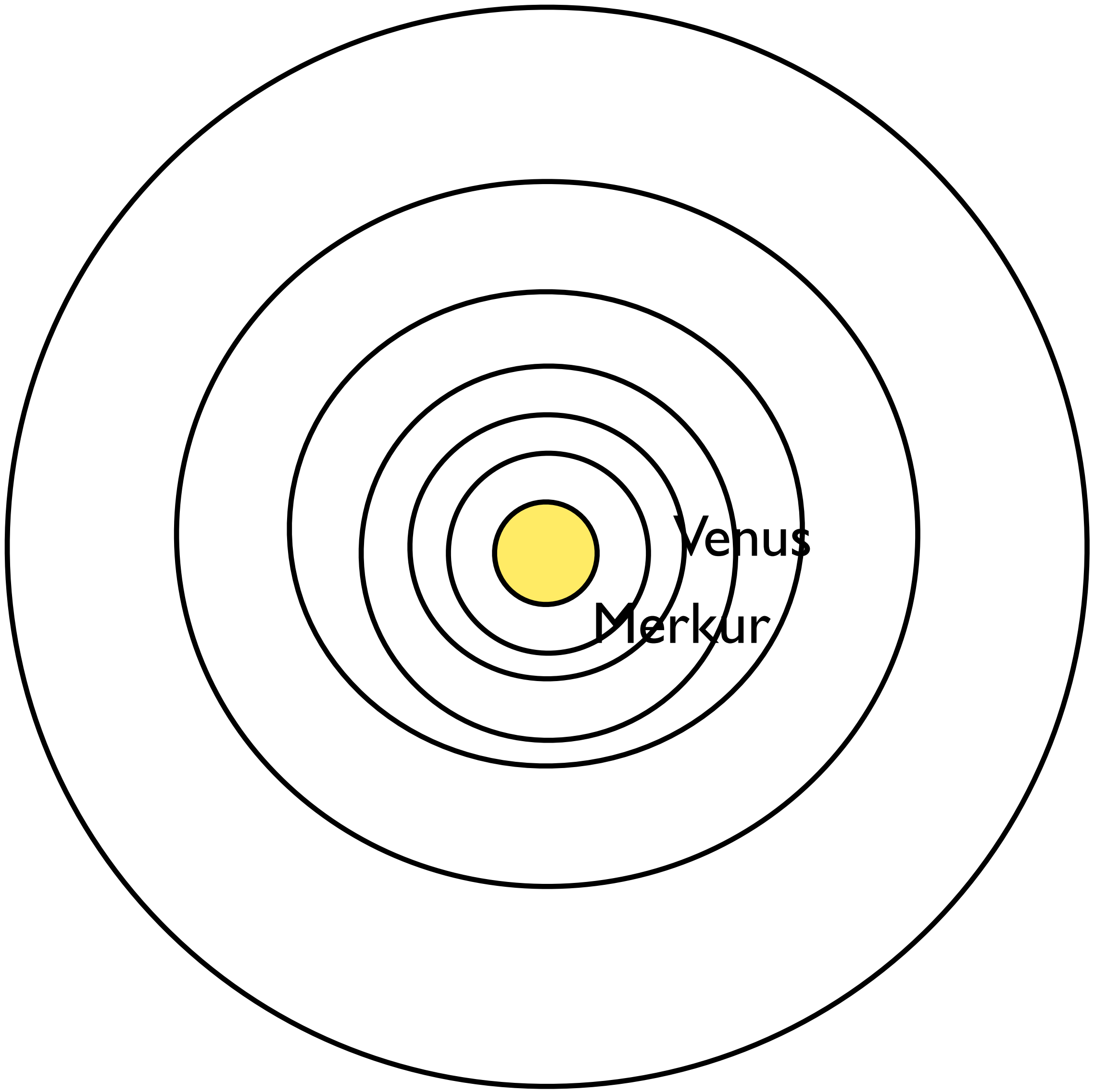


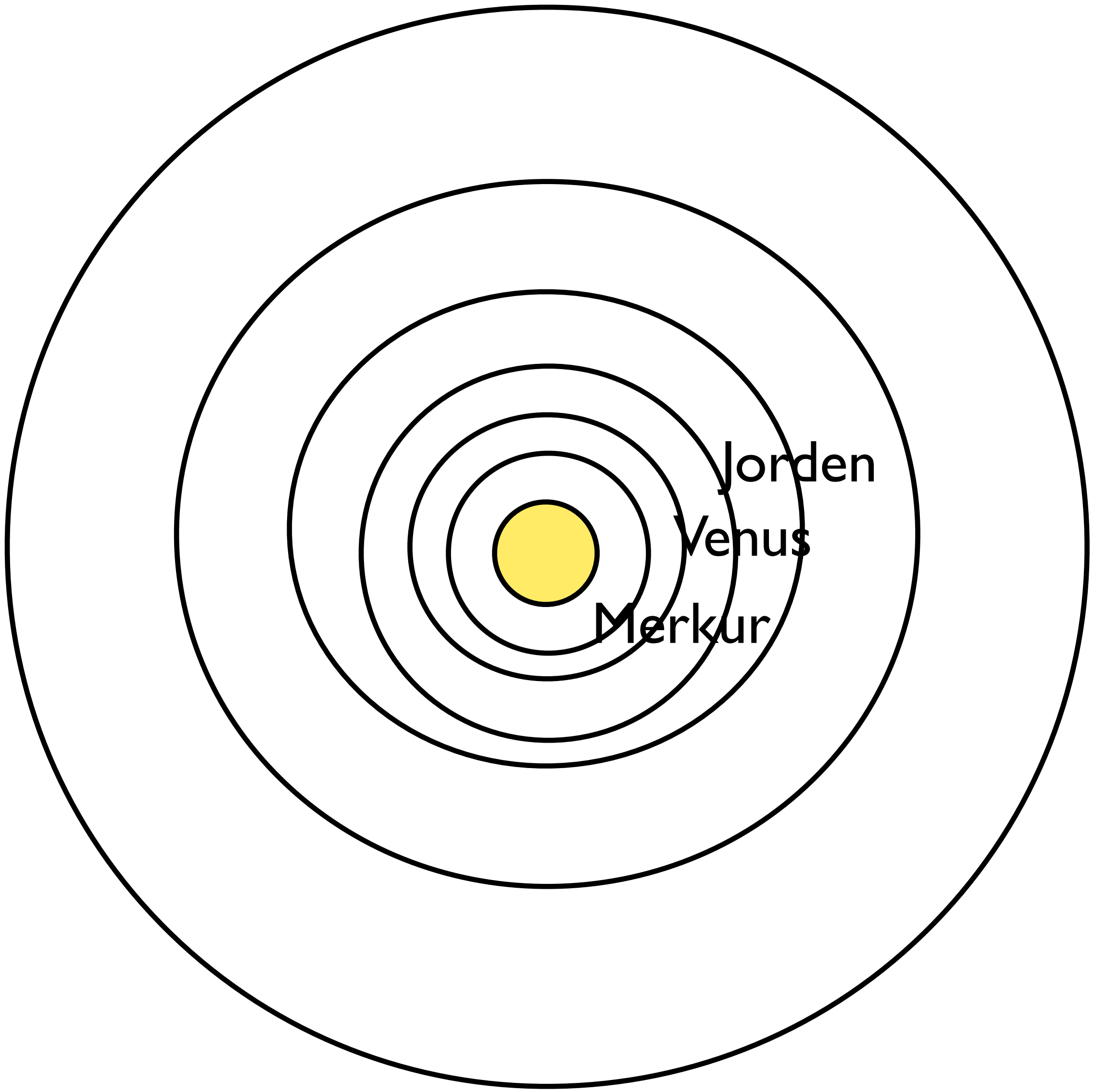


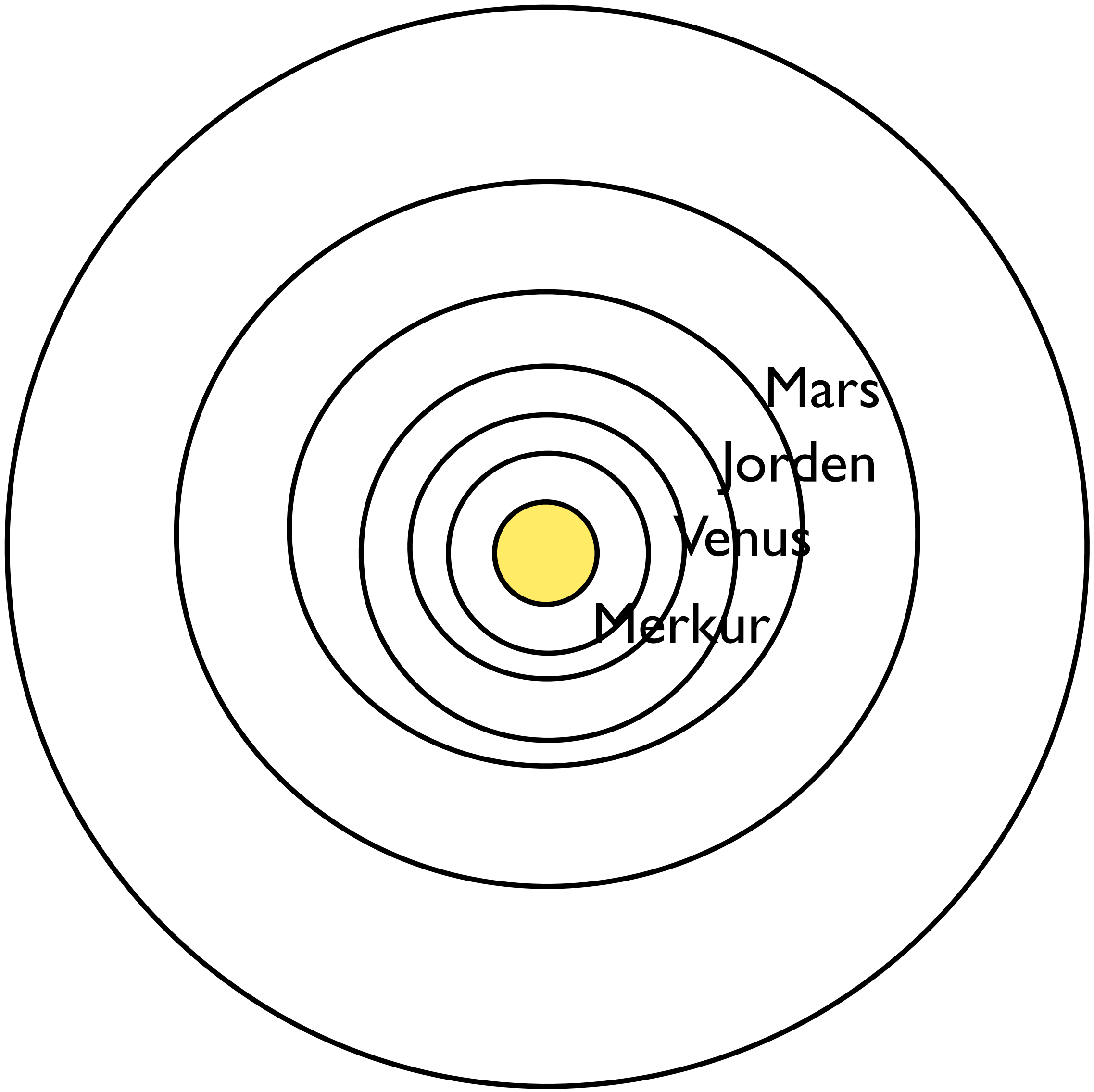


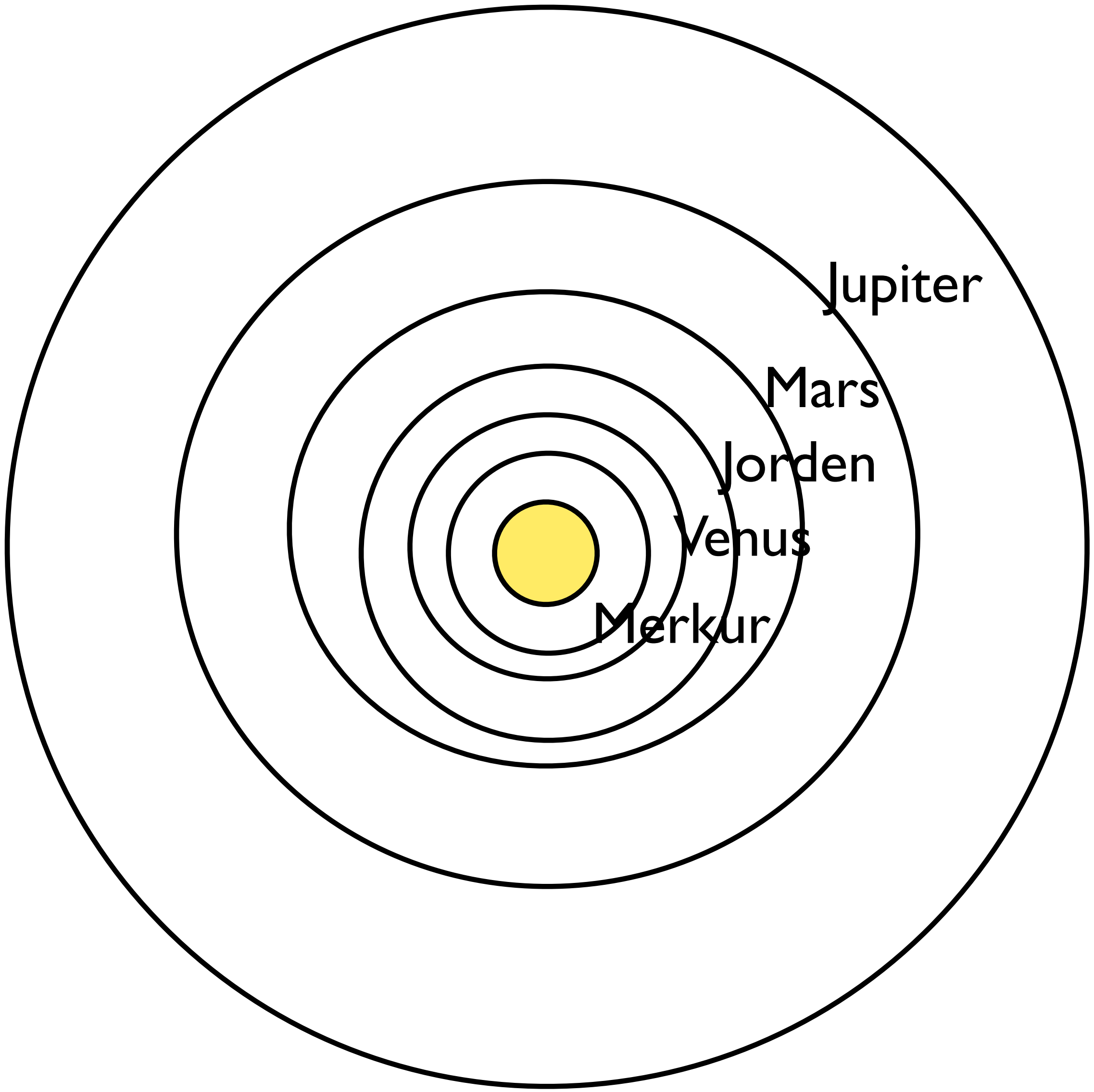


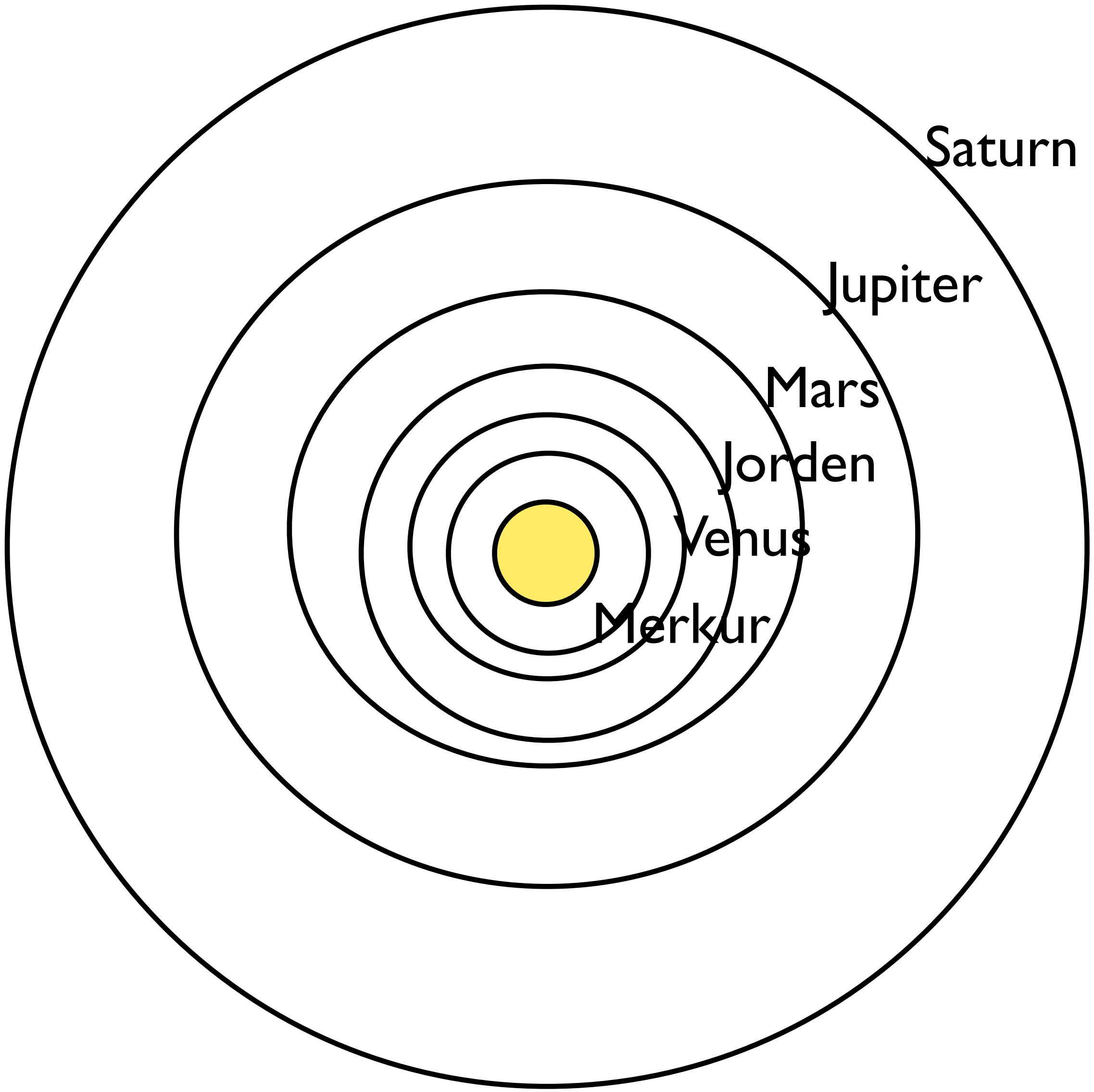

Merkur


Venus
Merkur


Jorden
Venus
Merkur


Mars
Jorden
Venus
Merkur


Jupiter
Mars
Jorden
Venus
Merkur


Saturn
Jupiter
Mars
Jorden
Venus
Merkur

50 år senere var denne model stadig kontroversiel.

50 år senere var denne model stadig kontroversiel.

Johannes Kepler blev født i 1571 - hans far var lejesoldat (Johannes så ham sidste gang som 5-årig) og moderen var datter af en kroejer. Johannes voksede op på morfaderens kro, og da han viste usædvanlig begavelse blev han som 18-årig sendt på præsteuddannelse i Tübingen.

50 år senere var denne model stadig kontroversiel.

Johannes Kepler blev født i 1571 - hans far var lejesoldat (Johannes så ham sidste gang som 5-årig) og moderen var datter af en kroejer. Johannes voksede op på morfaderens kro, og da han viste usædvanlig begavelse blev han som 18-årig sendt på præsteuddannelse i Tübingen.

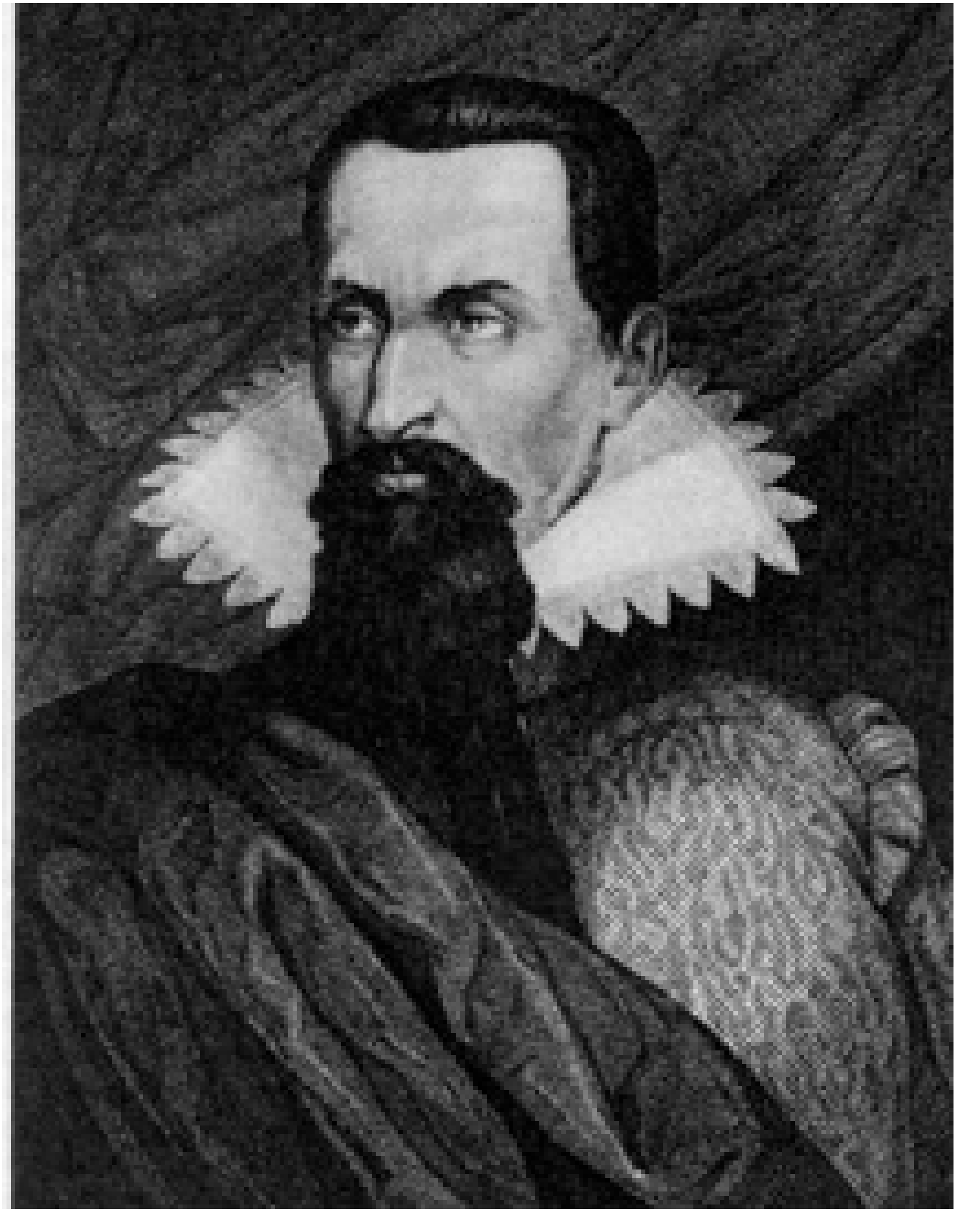
I præsteuddanelsen indgik elementer af matematik.

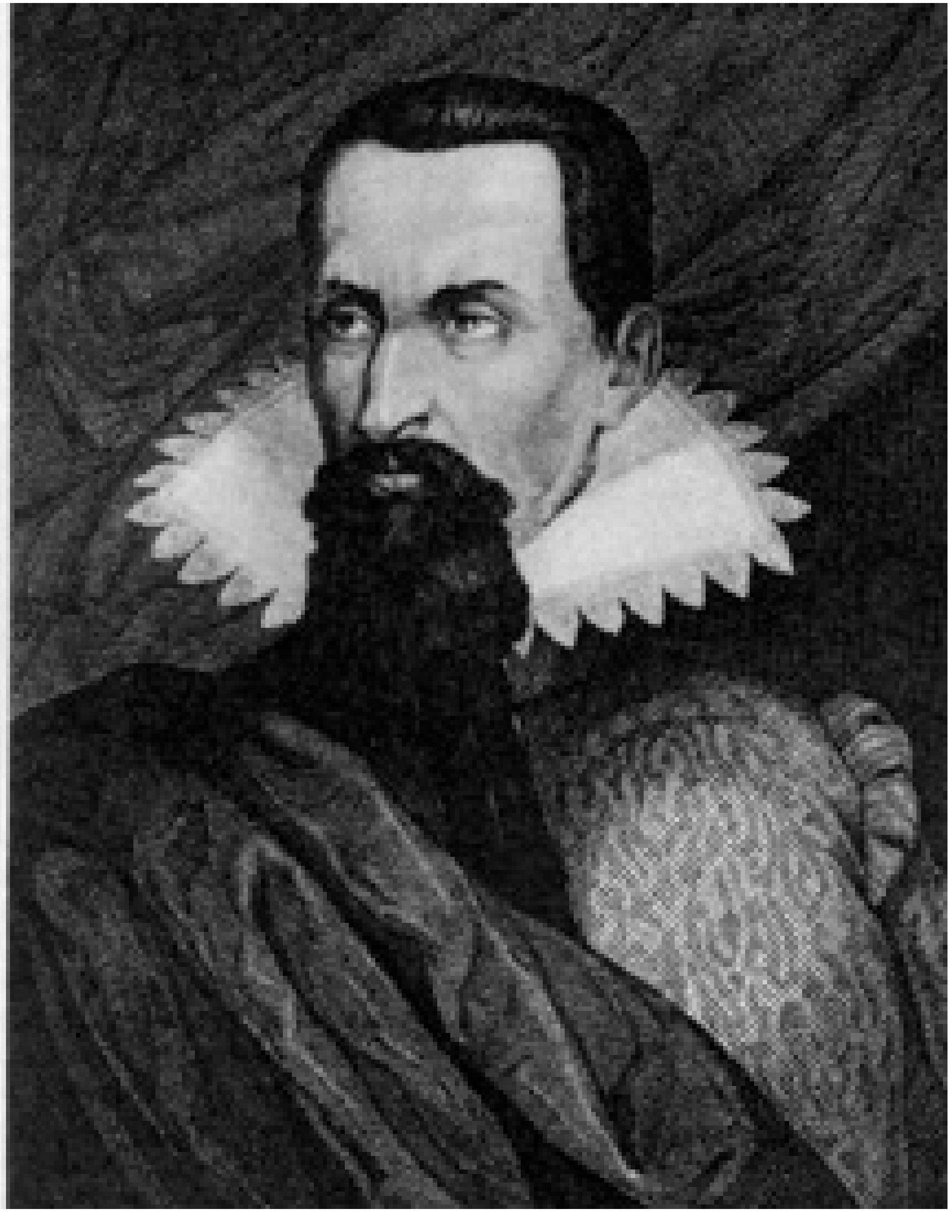
50 år senere var denne model stadig kontroversiel.

Johannes Kepler blev født i 1571 - hans far var lejesoldat (Johannes så ham sidste gang som 5-årig) og moderen var datter af en kroejer. Johannes voksede op på morfaderens kro, og da han viste usædvanlig begavelse blev han som 18-årig sendt på præsteuddannelse i Tübingen.

I præsteuddanelsen indgik elementer af matematik.

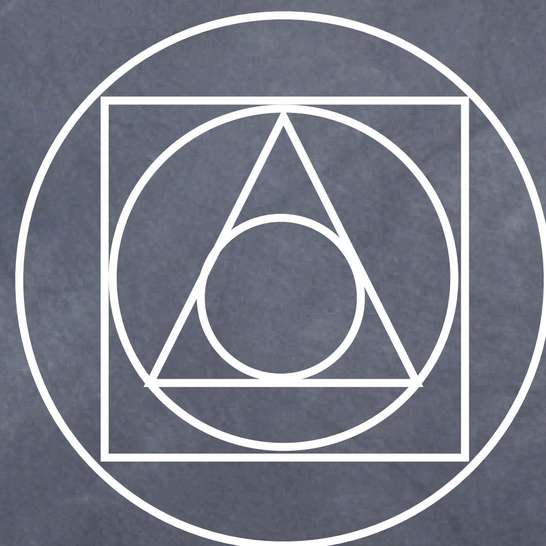
Og astronomi.

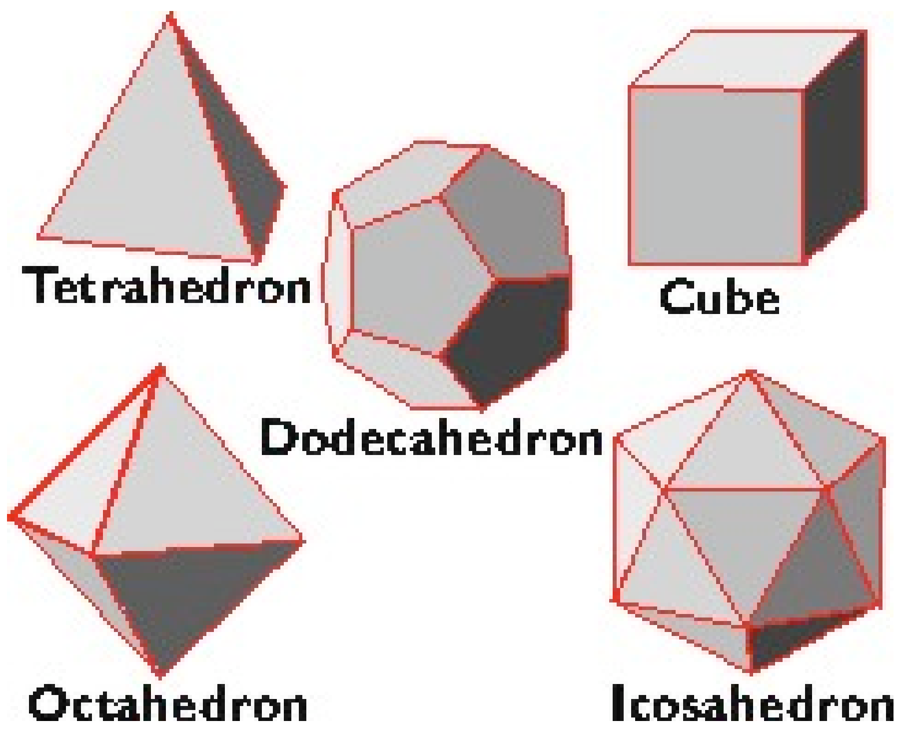


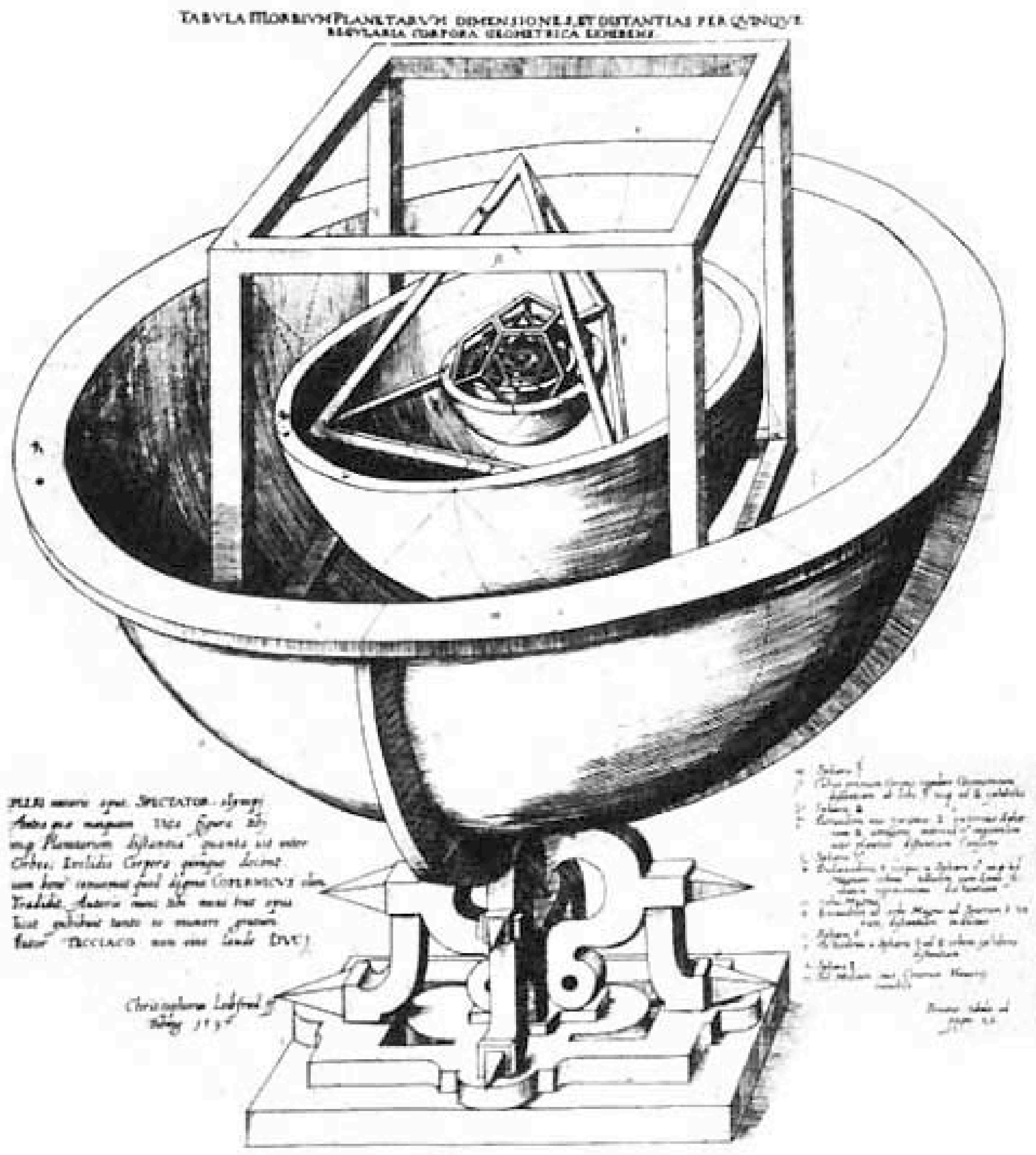


Johannes Kepler (1571-1630)

$\triangle$




Tetrahedron
Cube
Dodecahedron
Octahedron
Icosahedron



1596

Prodromus

DISSERTATIONVM COSMOGRAPHICARVM,

continens

MYSTERIVM COSMOGRAPHICVM

DE ADMIRABILI PROPORTIONE ORbium cœleſtium: deque cauſis cœlorum numeri, magnitudinis, motuumque periodicorum genuinis & propriis,

Demonſtratum per quinque regularia corpora Geometrica.

Libellus primum Tübingæ in lucem datus Anno Chriſti M. D X C V I.

à

M. IOANNE KEPLERO VVIRTEMBERGICO, TVNC TEMPOris Illuſtrium Styriæ Prouincialium Mathematico.

Nunc vero poſt annos 25. ab eodem authore recognitus, & Notis notabiliſſimis partim emendatus, partim explicatus, partim confirmatus: deniq; omnibus ſuis membris collatus ad alia cognati argumenti opera, quæ Author ex illo tempore ſub duorum Impp. Rudolphi & Matthiæ auſpiciis; etiamq; in Illuſtr. Ord. Auſtriæ Supr-Aniſanæ clientela diuerſis locis edidit.

Potiſſimum ad illuſtrandas occaſiones Operis, Harmonice Mundi, dicti, eiuſque progreſſum in materia & methodo.

Addita eſt erudita NARRATIO M. GEORGII IOACHIMI RHETICI, de Libris Reuolutionum, atque admirandis de numero, ordine, & diſtantiis Sphærarum Mundi hypotheſibus, excellentiſſimi Mathematici, totiuſque Aſtronomiæ Reſtauratoris D. NICOLAI COPERNICI.

ITEM,

Eiuſdem IOANNIS KEPLERI *pro ſuo Opere Harmonices Mundi* APOLOGIA *aduerſus Demonſtrationem Analyticam Cl. V. D. Roberti de Fluctibus, Medici Oxonienſis.*

Cum Priuilegio Cæſareo ad annos XV

FRANCOFVRTI,

Recuſus Typis ERASMI KEMPFERI, ſumptibus GODEFRIDI TAMPACHII.

Anno M. DC. XXI.

Kepler blev i 1597 ansat hos Europas mest berømte astronom **Tycho Brahe** som var den *Kejserlige Matematiker* i Prag.

Kepler blev i 1597 ansat hos Europas mest berømte astronom **Tycho Brahe** som var den *Kejserlige Matematiker* i Prag.

Brahes fremmeste bidrag til astronomien var en hidtil ukendt *præcision* og *systematik* i observationer. Brahes førte målinger til grænsen af hvad der er fysisk muligt med det blotte øje.

Kepler blev i 1597 ansat hos Europas mest berømte astronom **Tycho Brahe** som var den *Kejserlige Matematiker* i Prag.

Brahes fremmeste bidrag til astronomien var en hidtil ukendt *præcision* og *systematik* i observationer. Brahes førte målinger til grænsen af hvad der er fysisk muligt med det blotte øje.

År 1601 døde Tycho, og Kepler efterfulgte ham som Kejserlig Matematiker. Kepler overtog det enorme observationsmateriale og gav sig til at regne på hvad observationerne kunne udsige for planeternes nøjagtige baner.

I 1609 udgav Kepler "**Astronomia Nova**"

I 1609 udgav Kepler "**Astronomia Nova**"

I 1609 udgav Kepler "**Astronomia Nova**"

En Ny Astronomi

eller

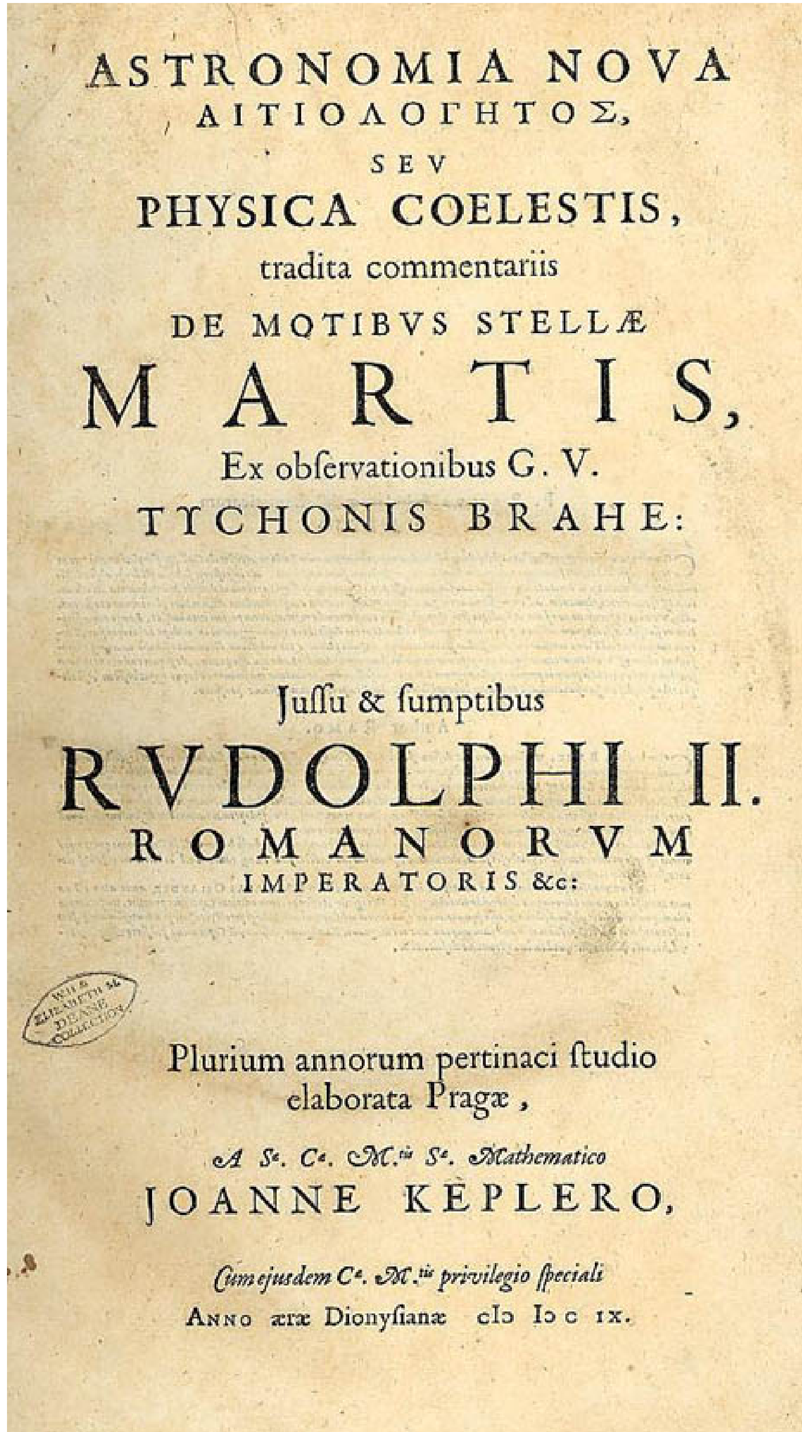
Himmel-Fysik

Opnået gennem en Undersøgelse

af planeten

MARS

Baseret på adelsmanden Tycho Brahes Observationer



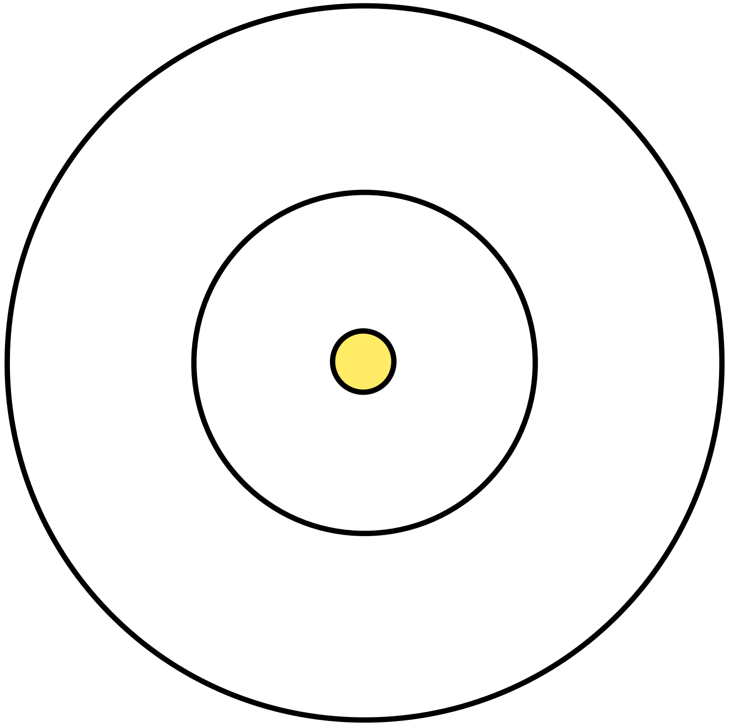
ASTRONOMIA NOVA
ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ,
SEV
PHYSICA COELESTIS,
tradita commentariis
DE MOTIBVS STELLÆ
MARTIS,
Ex obſervationibus G. V.
TYCHONIS BRAHE:

Juſſu & ſumptibus
RVDOLPHI II.
ROMANORVM
IMPERATORIS &c:

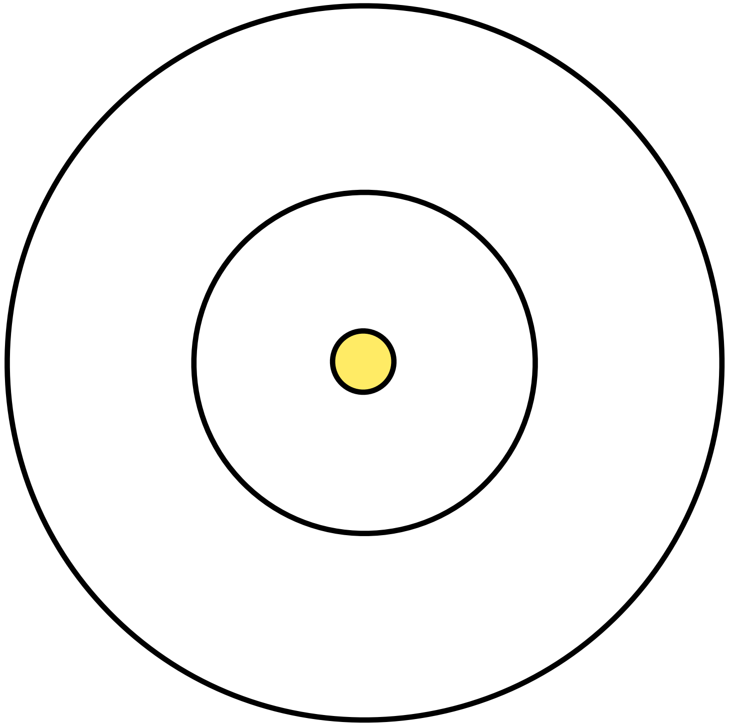
Plurium annorum pertinaci ſtudio
elaborata Pragæ,

A S^e. C^a. M.^tis S^e. Mathematico
JOANNE KEPLERO,

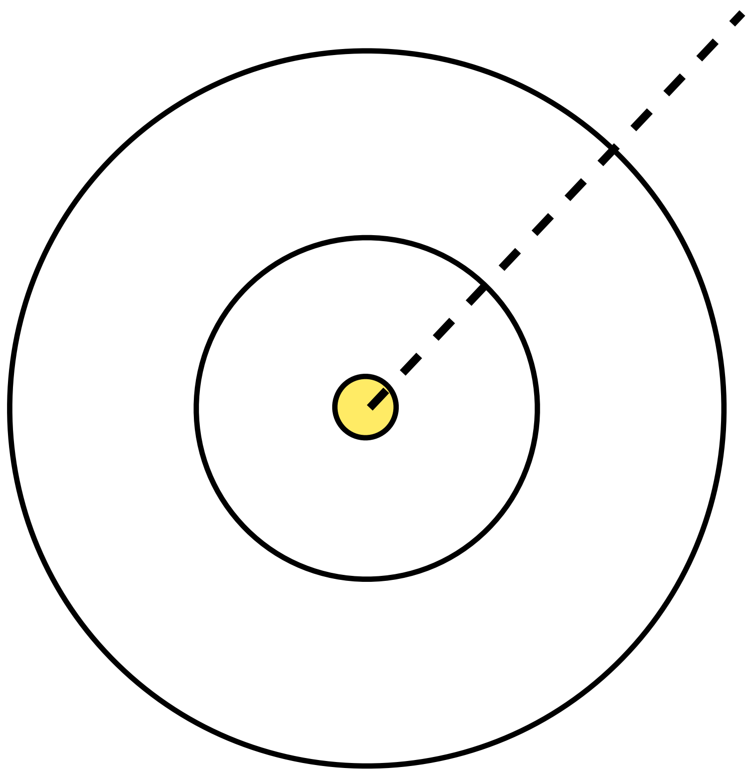
Cum ejusdem C^a. M.^tis privilegio ſpeciali
ANNO æræ Dionyſianæ cIↃ IↃ c IX.



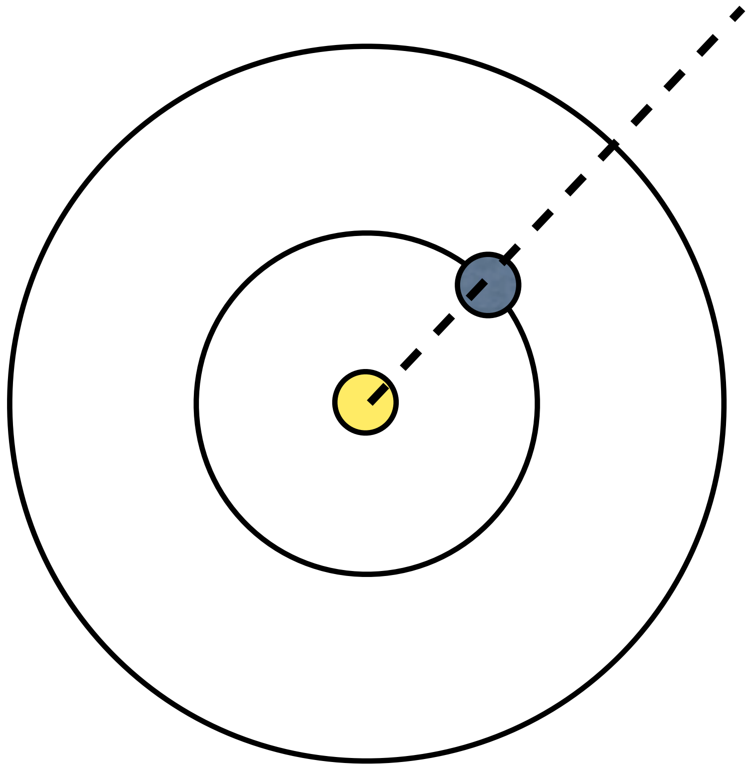
I en **opposition** ligger både jorden og mars på samme linje gennem solens centrum



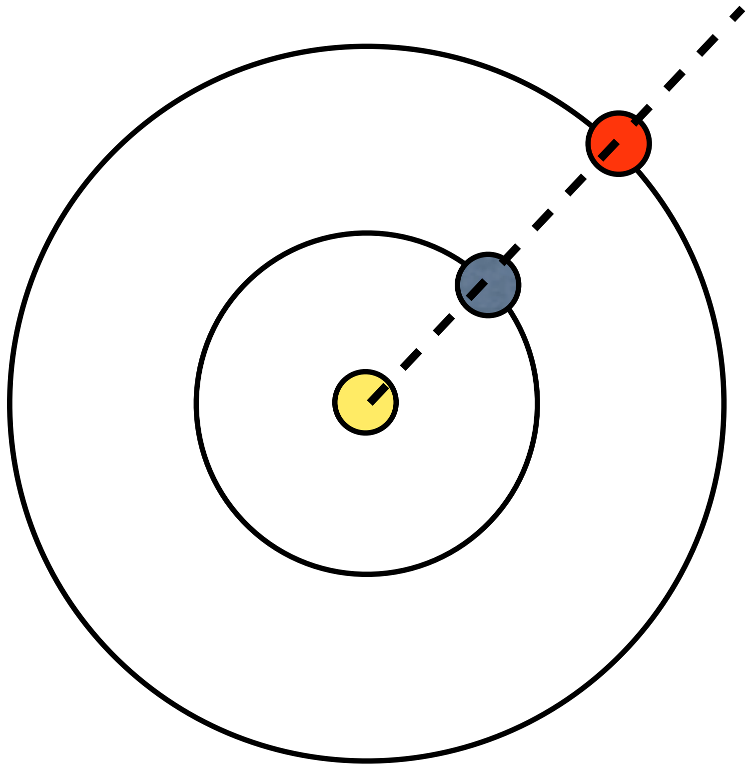
I en **opposition** ligger både jorden og mars på samme linje gennem solens centrum

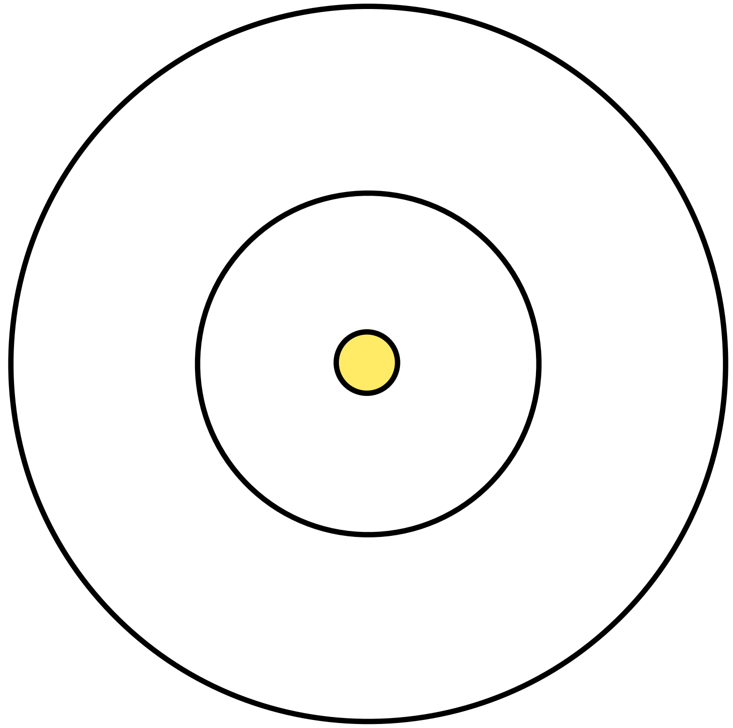


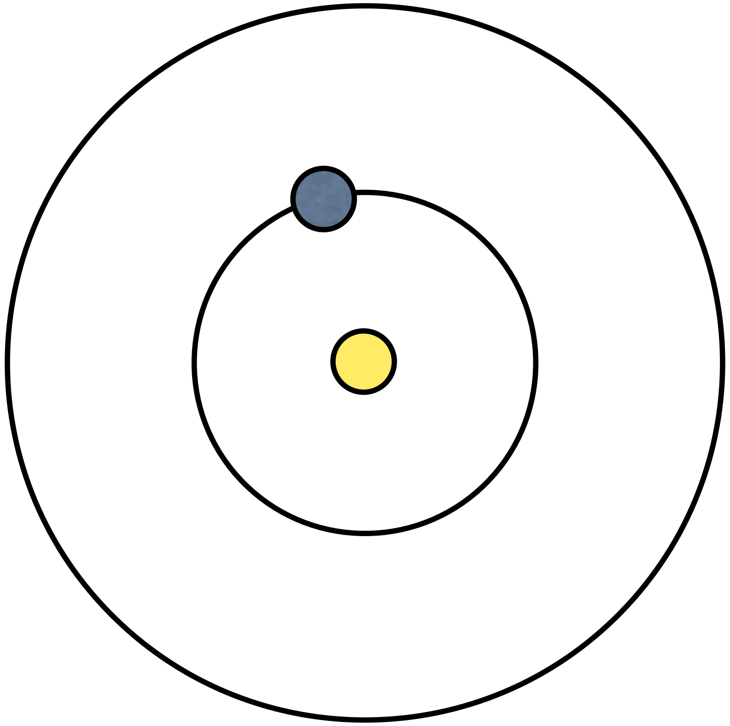
I en **opposition** ligger både jorden og mars på samme linje gennem solens centrum

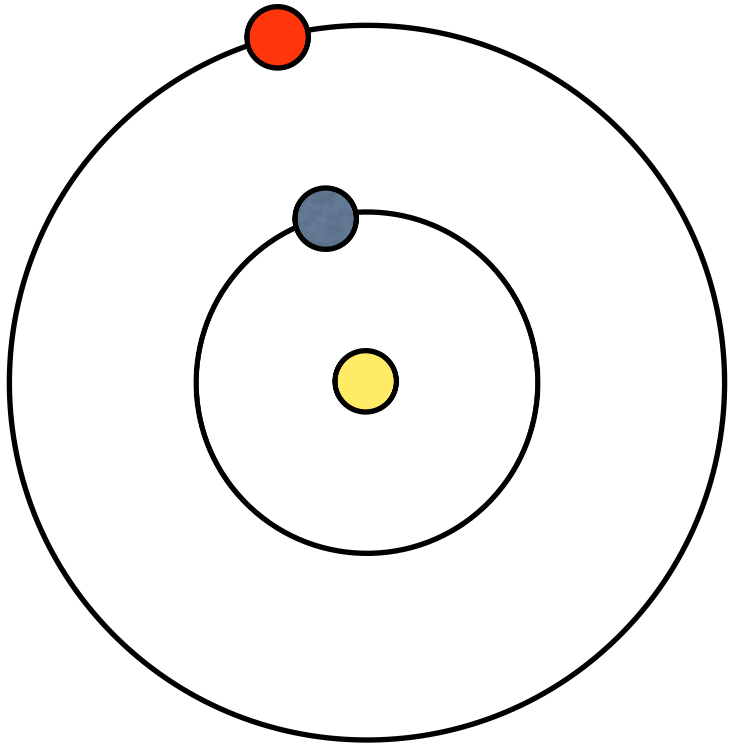


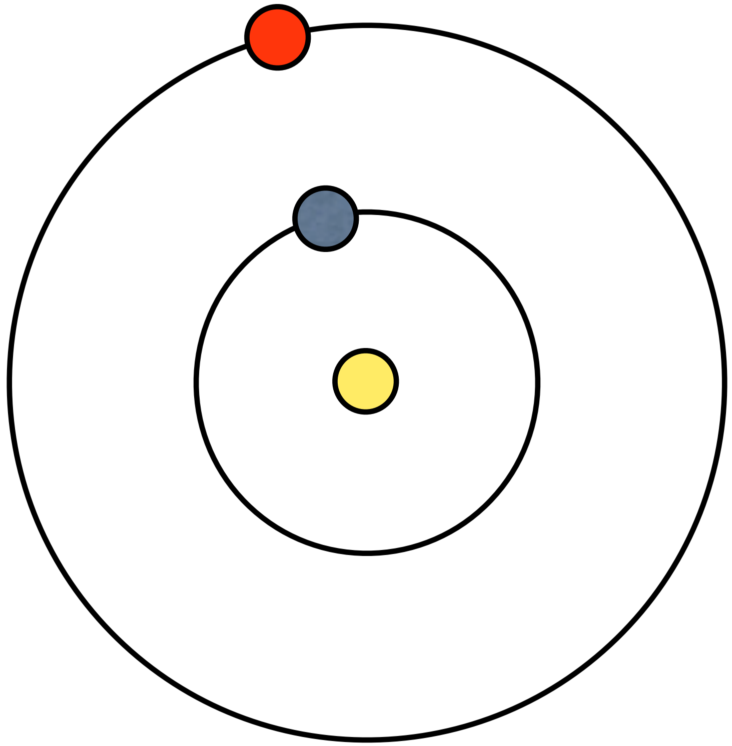
I en **opposition** ligger både jorden og mars på samme linje gennem solens centrum



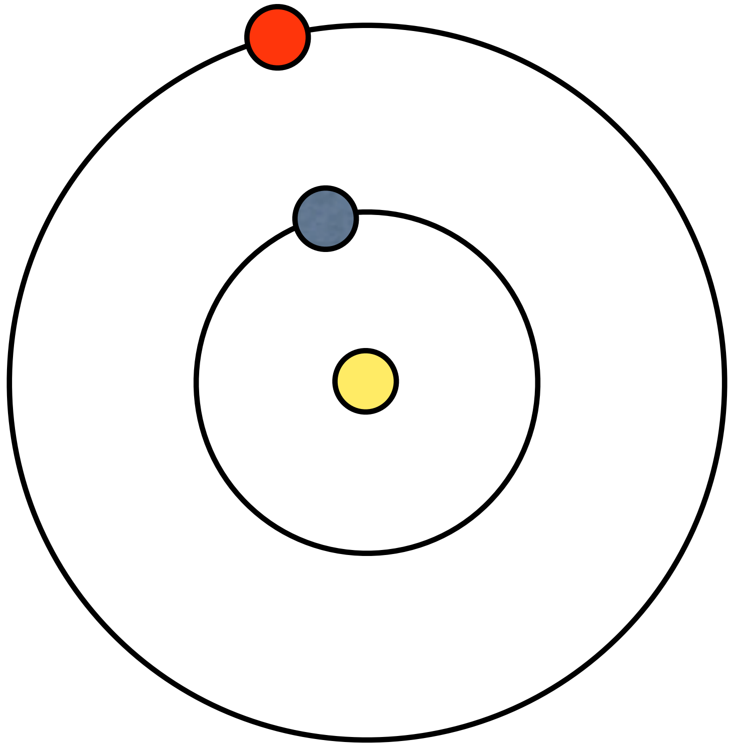






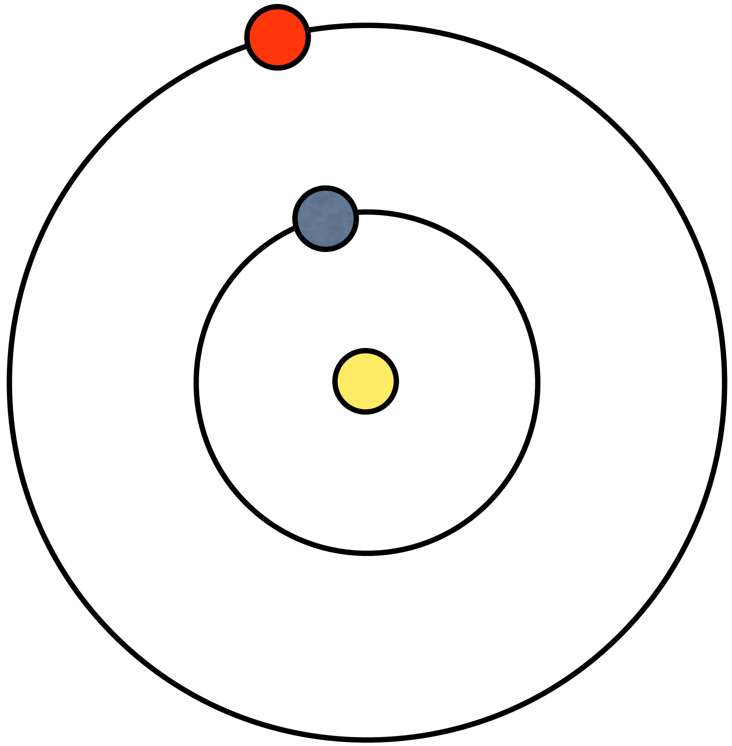


Tiden målt i dage for et omløb af mars kaldes den *sideriske* periode, T.



Tiden målt i dage for et omløb af mars kaldes den *sideriske* periode, T.

Tiden målt i dage mellem to på hinanden følgende oppositioner kaldes den *synodiske* periode, S.



Tiden målt i dage for et omløb af mars kaldes den *sideriske* periode, T.

Tiden målt i dage mellem to på hinanden følgende oppositioner kaldes den *synodiske* periode, S.

$$S = 779{,}8 \text{ dage}$$

Der gælder nu:

Der gælder nu:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{A} - \frac{1}{S}$$

Der gælder nu:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{A} - \frac{1}{S}$$

hvor A er jordens sideriske periode = et år = 365,24 dage

Der gælder nu:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{A} - \frac{1}{S}$$

hvor A er jordens sideriske periode = et år = 365,24 dage

Heraf følger at T = 687 dage , næsten to år.

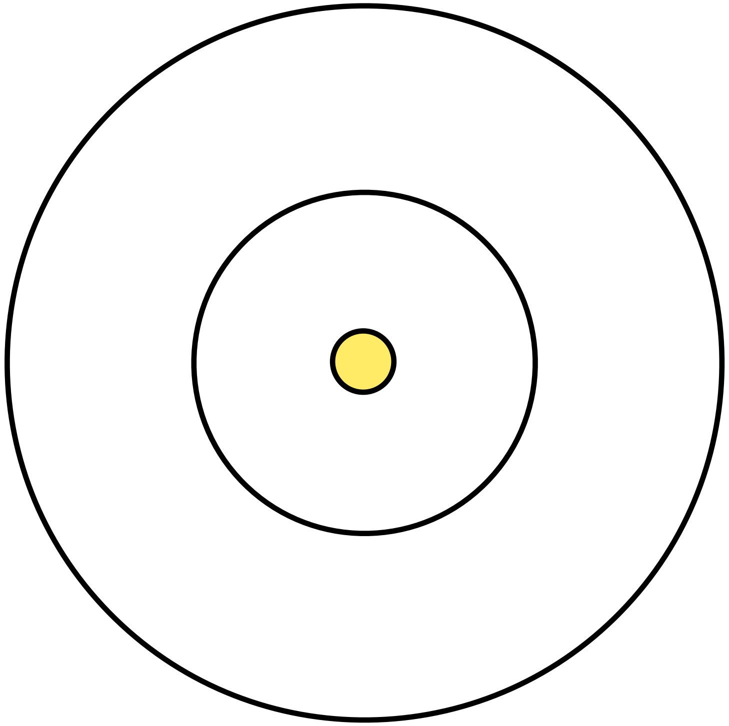
Der gælder nu:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{A} - \frac{1}{S}$$

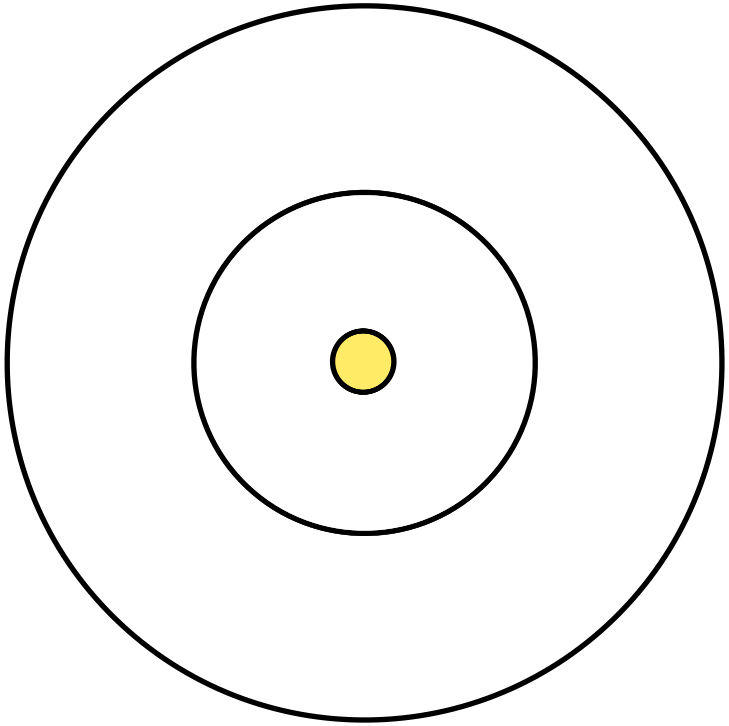
hvor A er jordens sideriske periode = et år = 365,24 dage

Heraf følger at T = 687 dage , næsten to år.

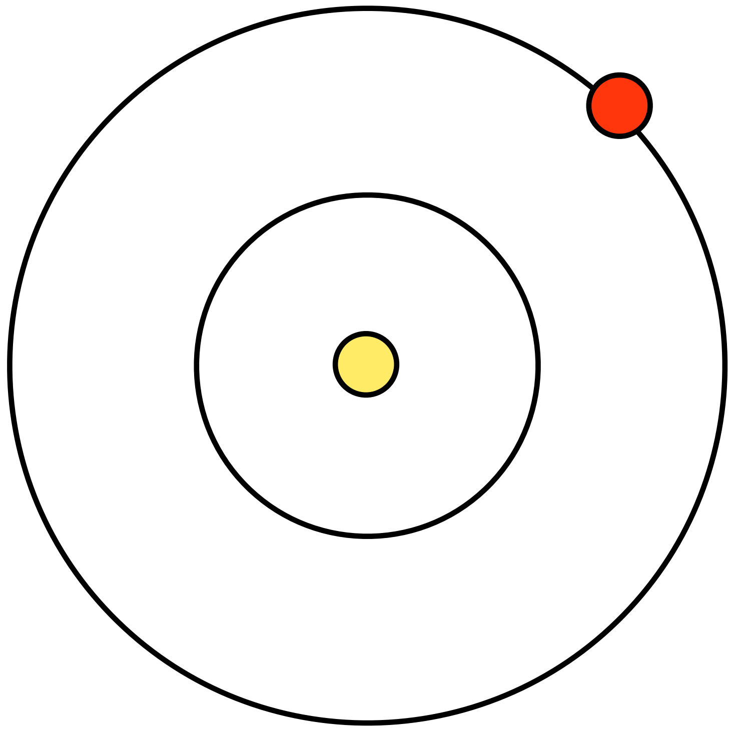
Tychos observationer løb over næsten 20 år, dvs de indeholdt 10 oppositioner af mars.



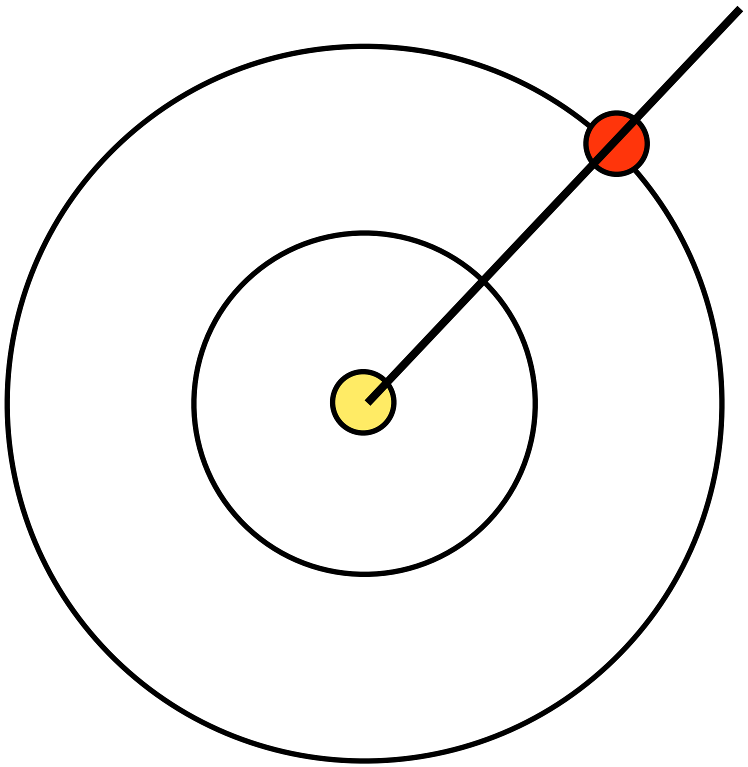
Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



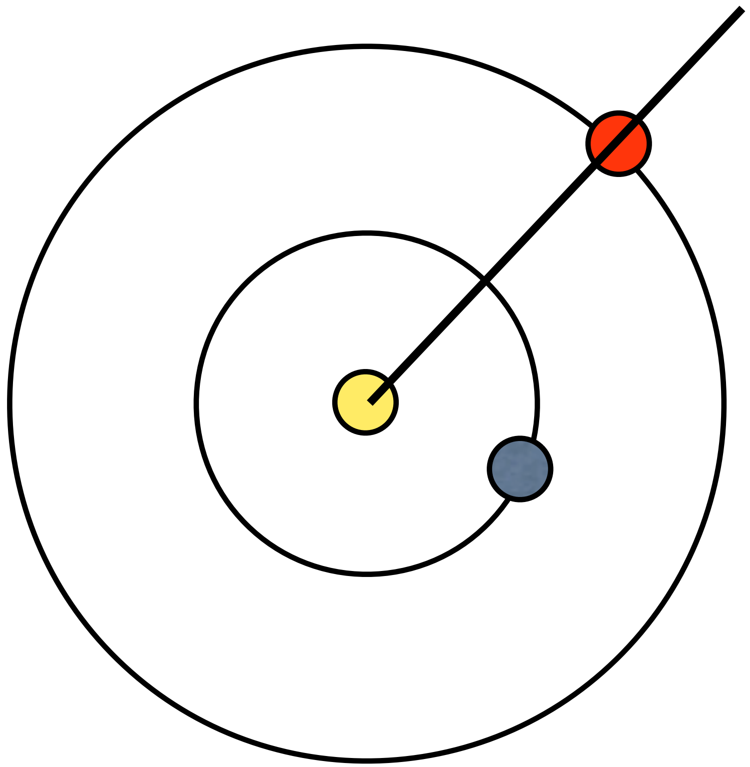
Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



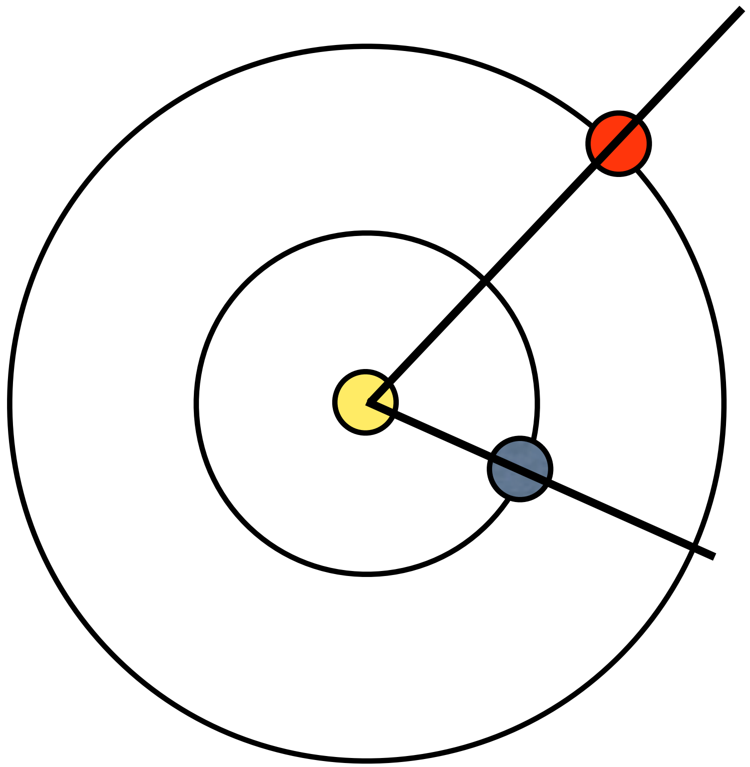
Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



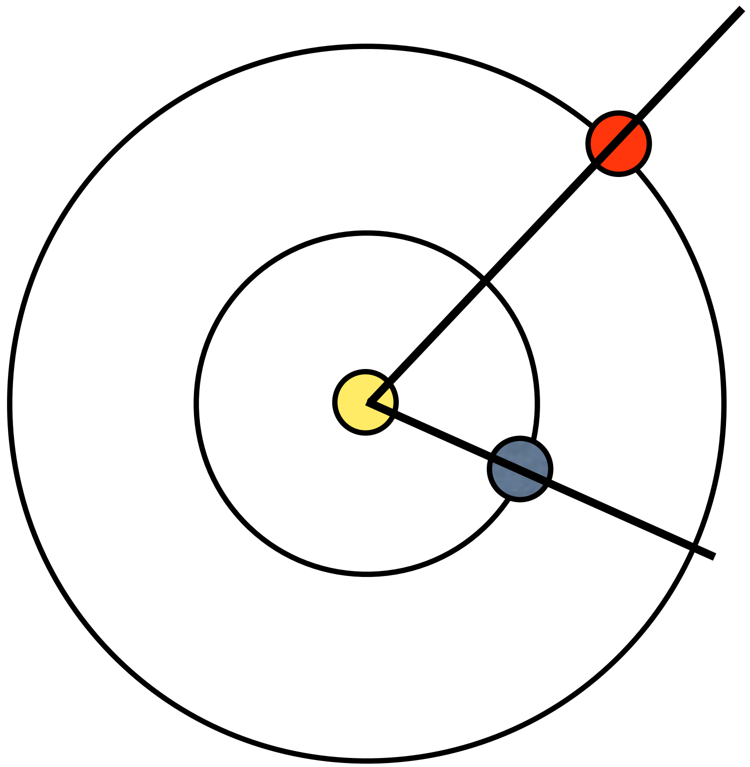
Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.

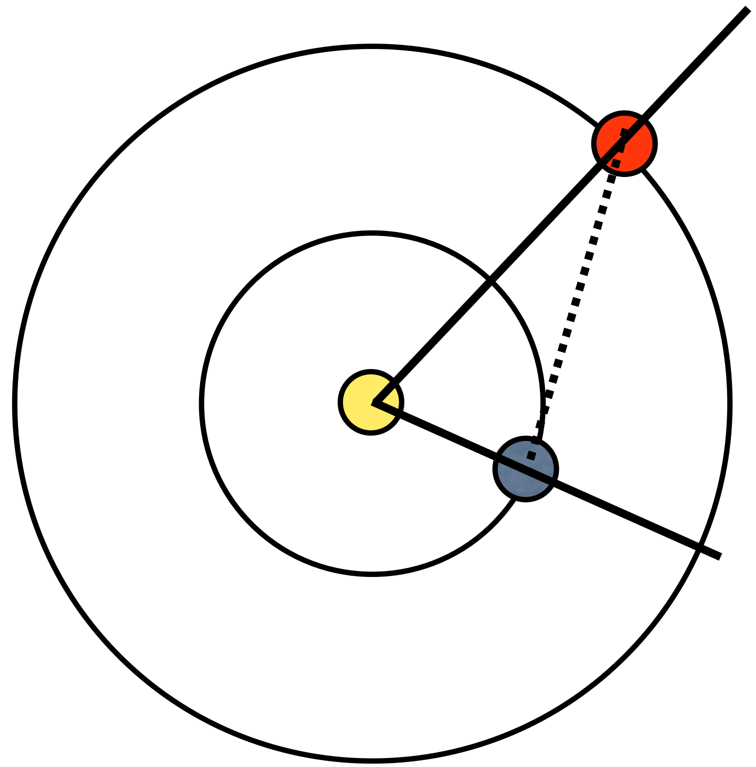


Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



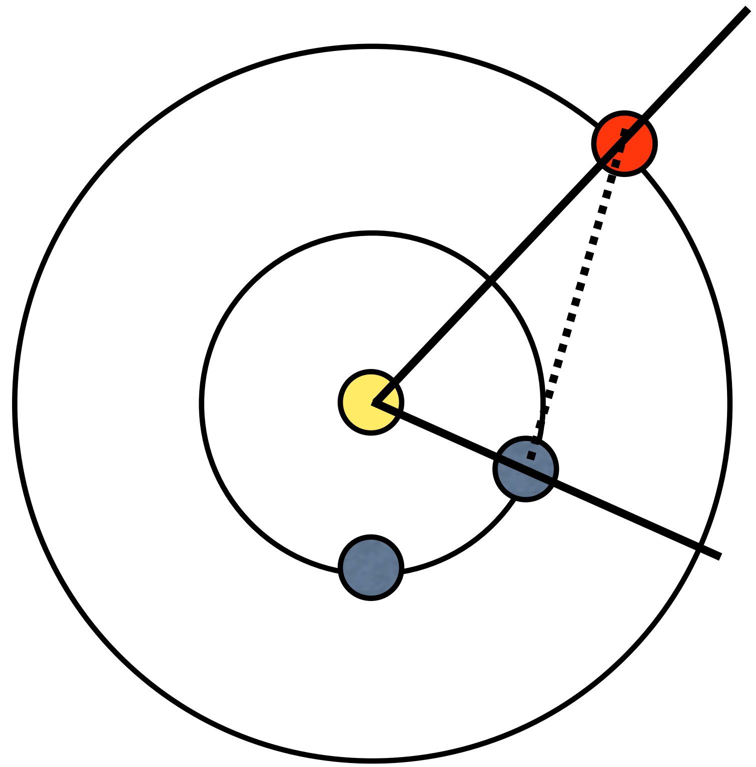
Vinklen til mars noteres for de datoer der svarer til et helt antal sideriske perioder

Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



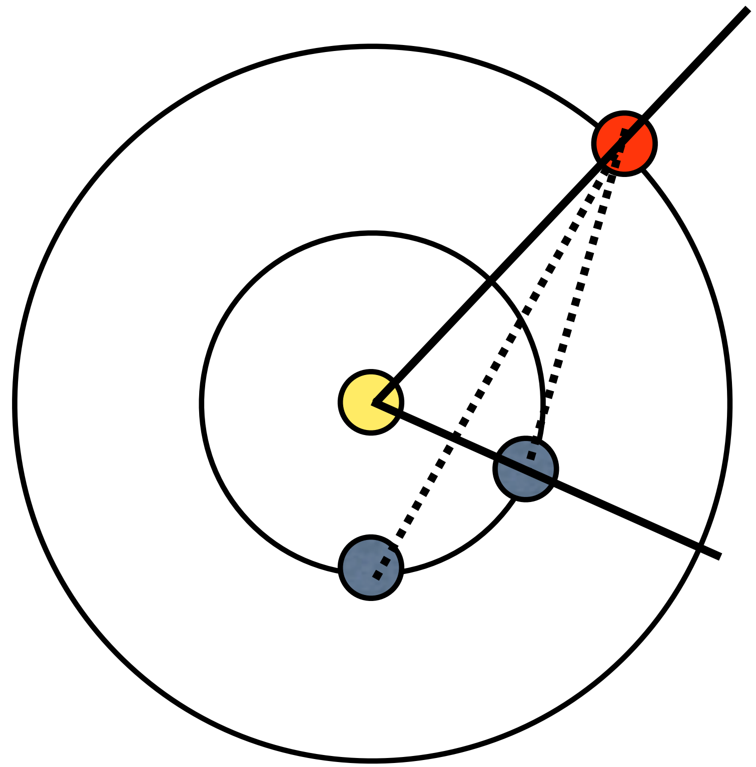
Vinklen til mars noteres for de datoer der svarer til et helt antal sideriske perioder

Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



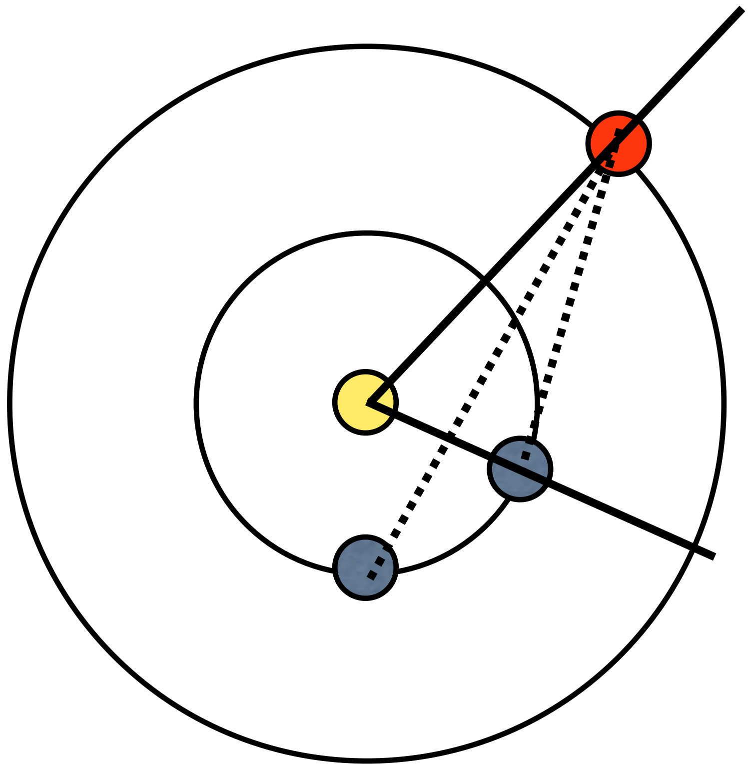
Vinklen til mars noteres for de datoer der svarer til et helt antal sideriske perioder

Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



Vinklen til mars noteres for de datoer der svarer til et helt antal sideriske perioder

Efter en siderisk periode på 687 dage er mars atter tilbage på samme sted i sin bane.



Vinklen til mars noteres for de datoer der svarer til et helt antal sideriske perioder

På denne måde bestemte Kepler først jordbanens form.

Kepler fandt at jordbanen havde cirkelform, men solen var ikke i centrum af cirklen.

Kepler fandt at jordbanen havde cirkelform, men solen var ikke i centrum af cirklen.

Desuden var bevægelsen af jorden rundt i sin bane ikke jævn. Bevægelsen var langsom når jorden var længere væk fra solen, hurtigere når jorden var nærmere solen.

Kepler fandt at jordbanen havde cirkelform, men solen var ikke i centrum af cirklen.

Desuden var bevægelsen af jorden rundt i sin bane ikke jævn. Bevægelsen var langsom når jorden var længere væk fra solen, hurtigere når jorden var nærmere solen.

Denne variation kunne beskrives ved at *areal-hastigheden* var konstant.

Kepler fandt at jordbanen havde cirkelform, men solen var ikke i centrum af cirklen.

Desuden var bevægelsen af jorden rundt i sin bane ikke jævn. Bevægelsen var langsom når jorden var længere væk fra solen, hurtigere når jorden var nærmere solen.

Denne variation kunne beskrives ved at *areal-hastigheden* var konstant.

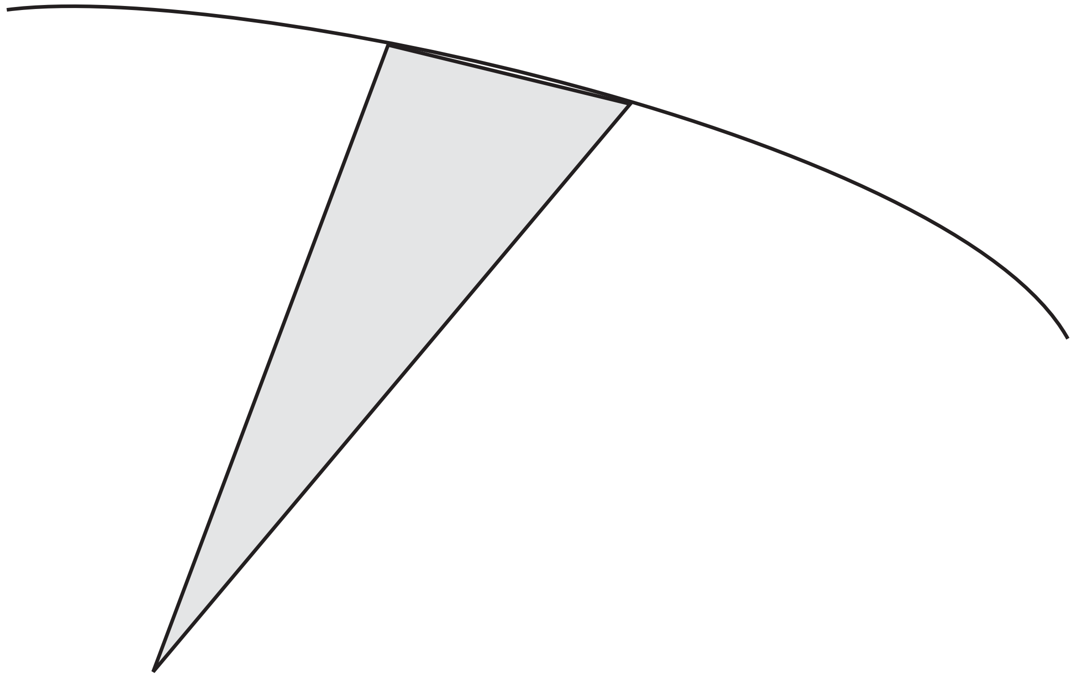
Senere fandt Kepler at denne lov gjaldt for alle planeter, og loven kaldes i dag *arealloven* (eller Keplers 2. lov).

$$r^2\dot{\theta} = h$$

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = h/2$$

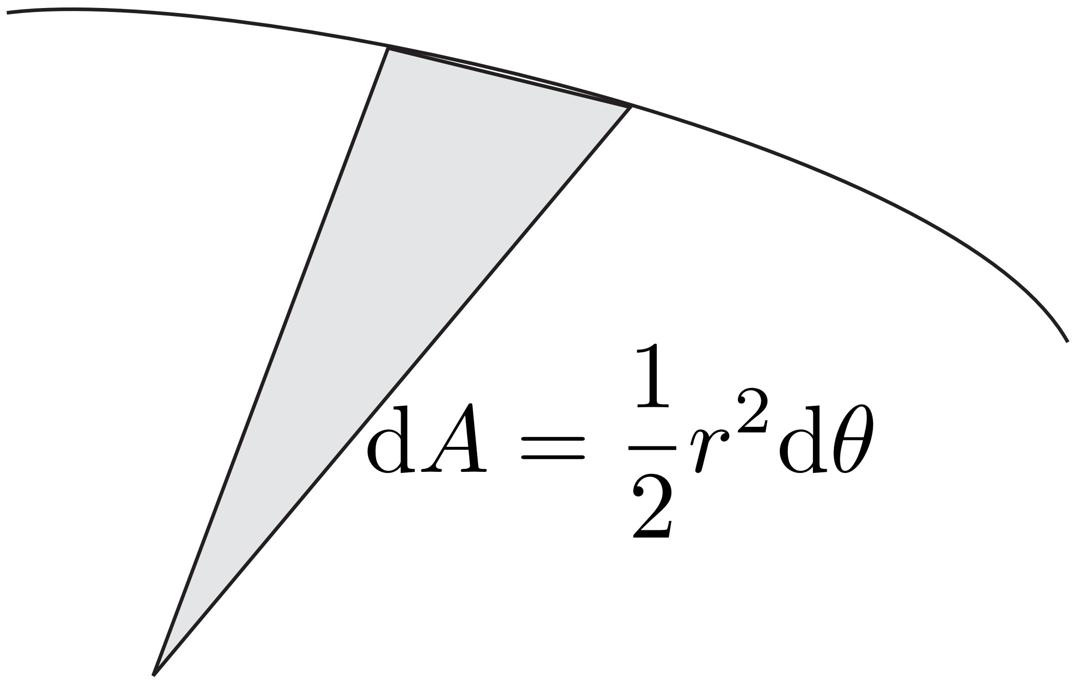
$$r^2\dot{\theta} = h$$

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = h/2$$



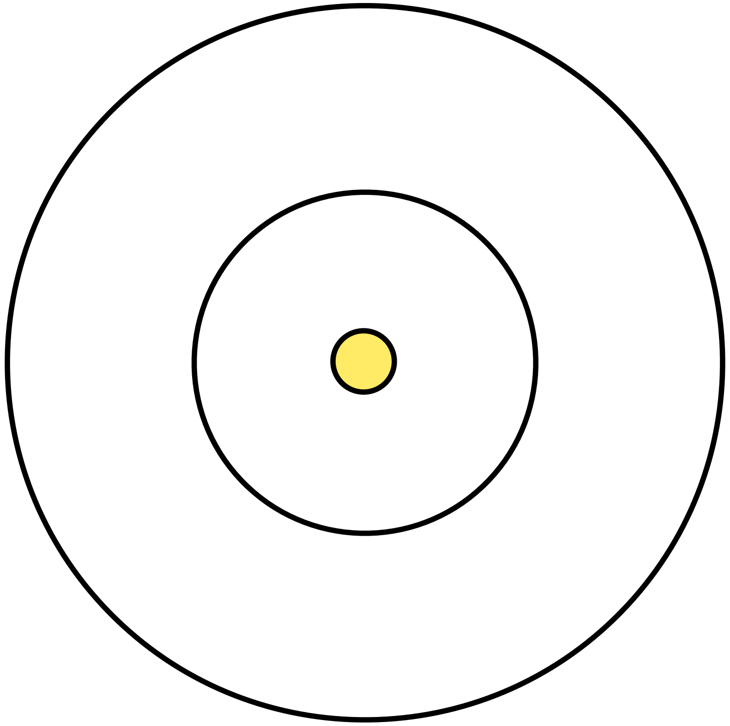
$$r^2\dot{\theta} = h$$

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = h/2$$

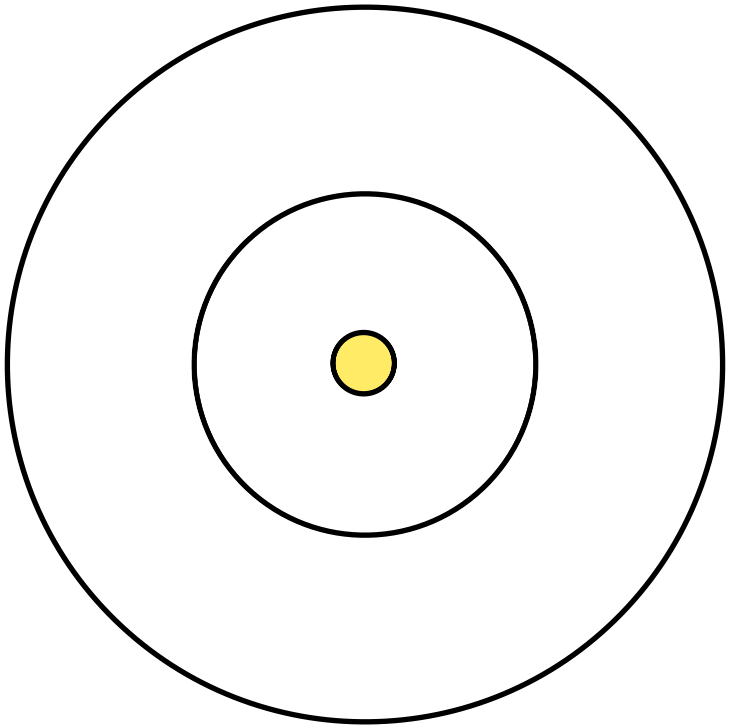


$$\mathrm{d}A = \frac{1}{2} r^2 \mathrm{d}\theta$$

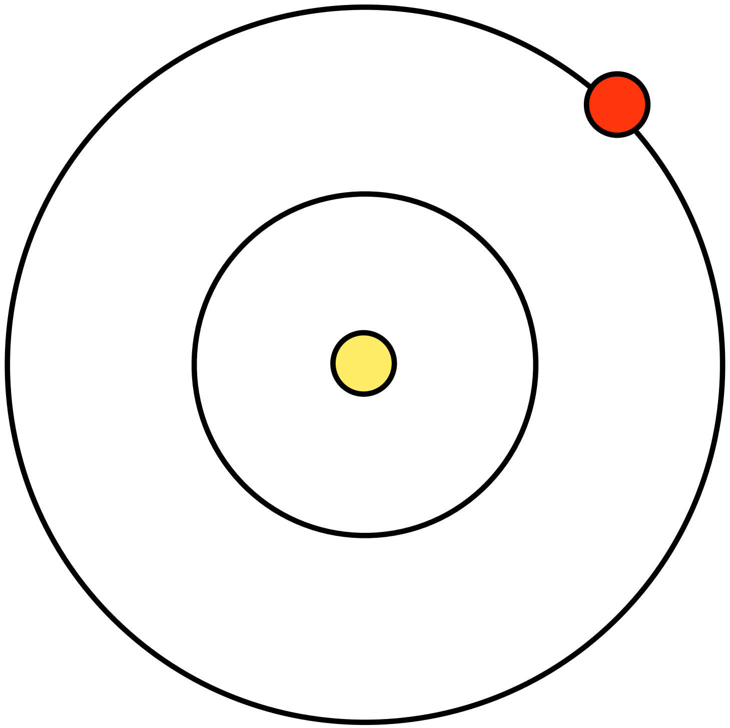
$$r^2 \dot{\theta} = h$$



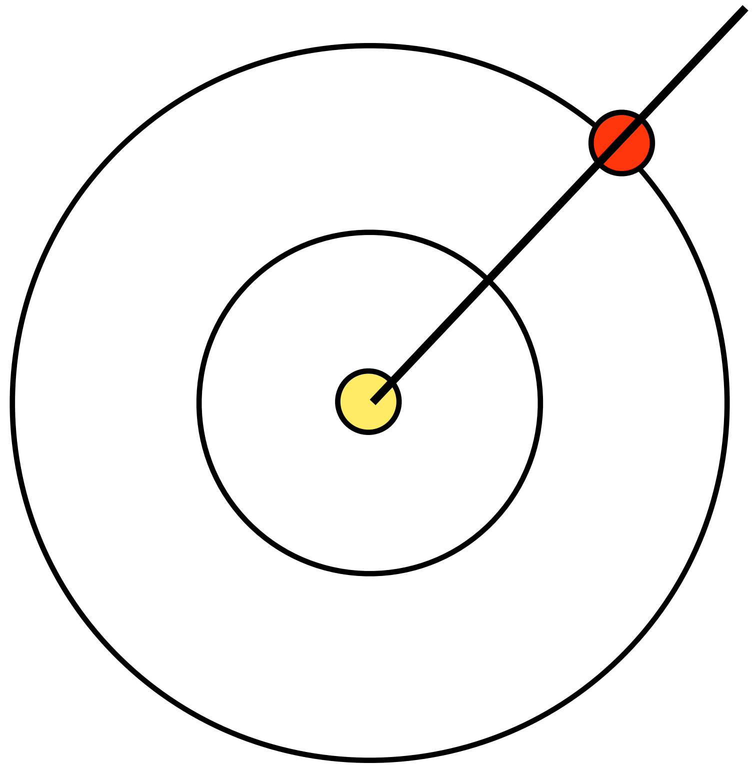
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



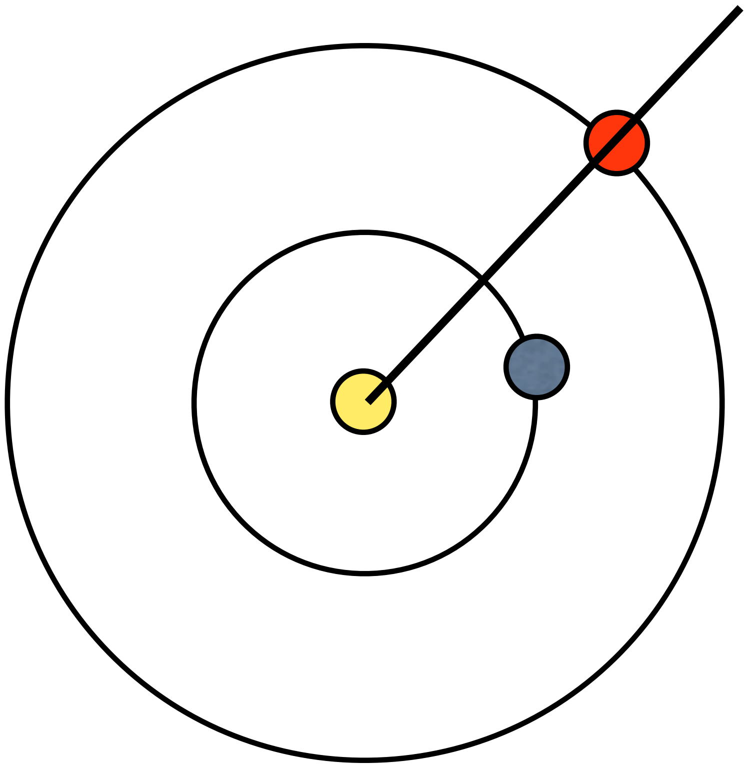
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



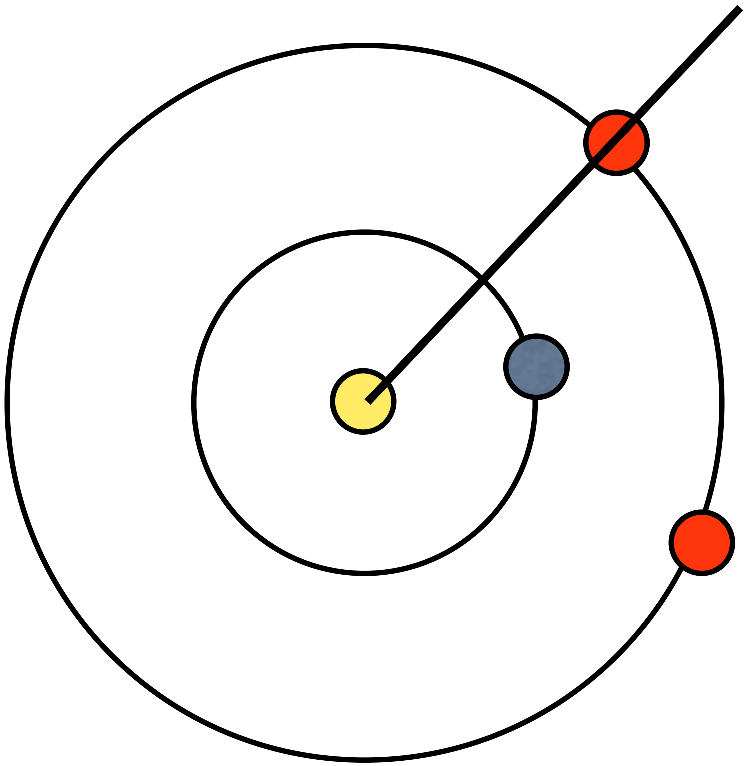
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



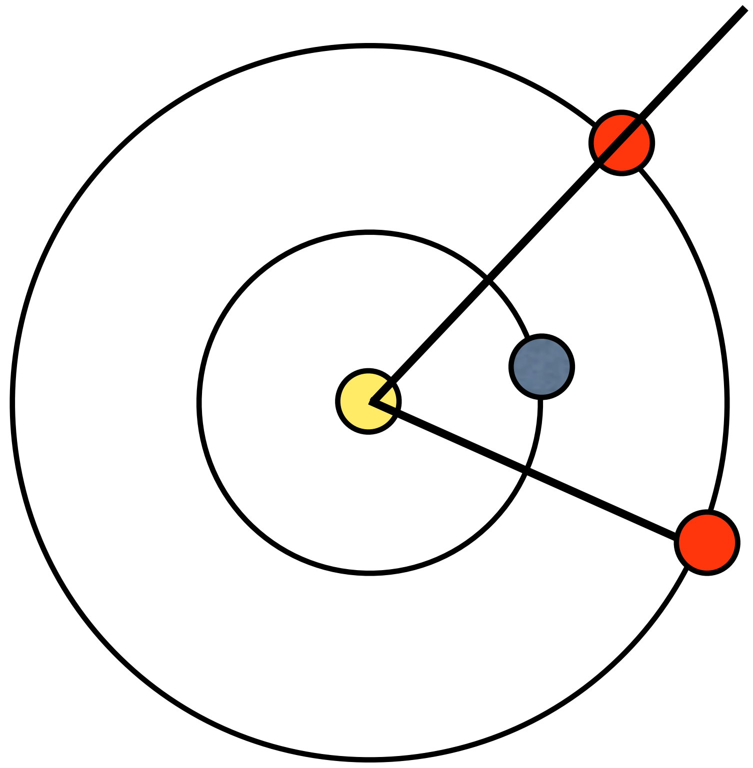
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



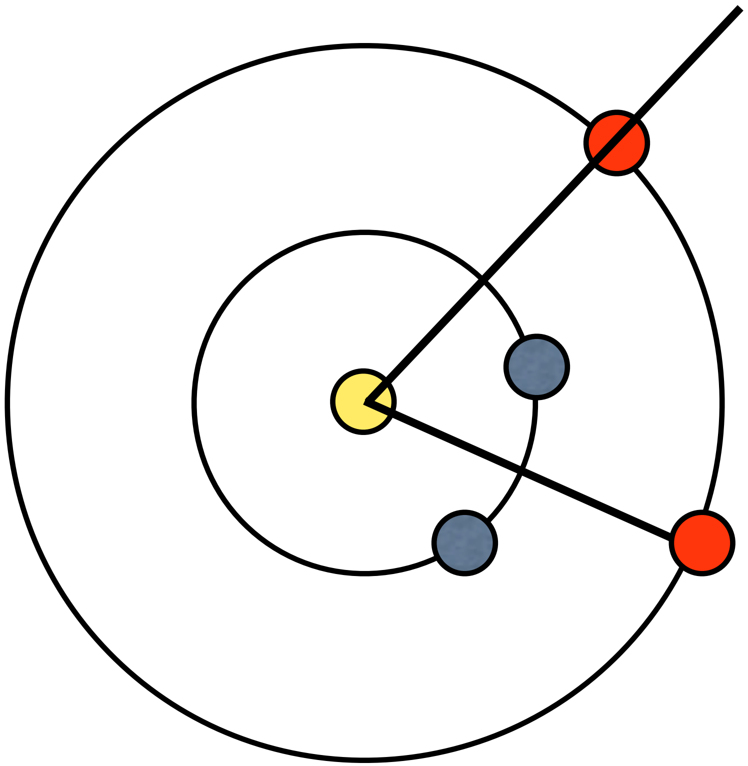
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



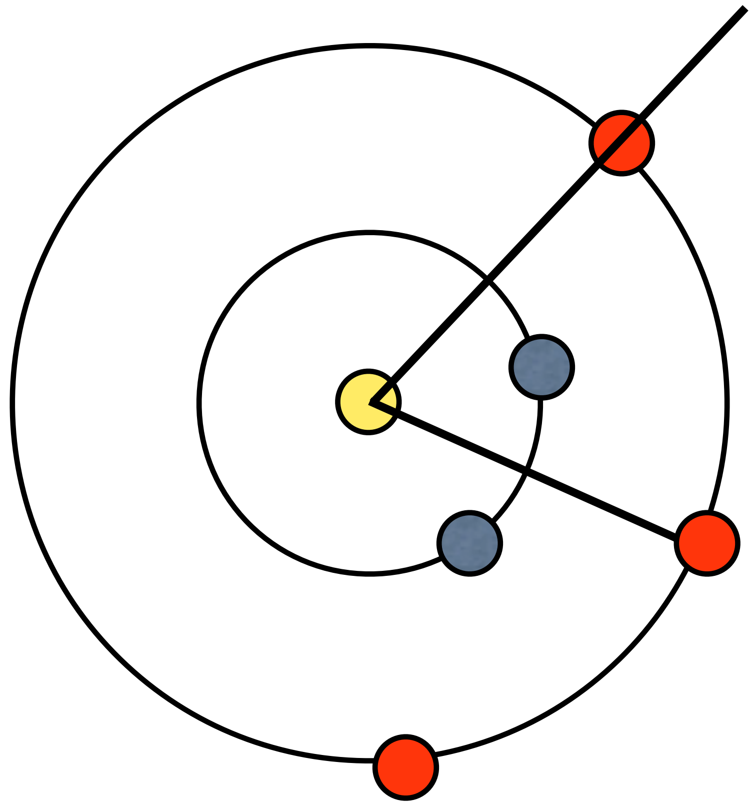
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



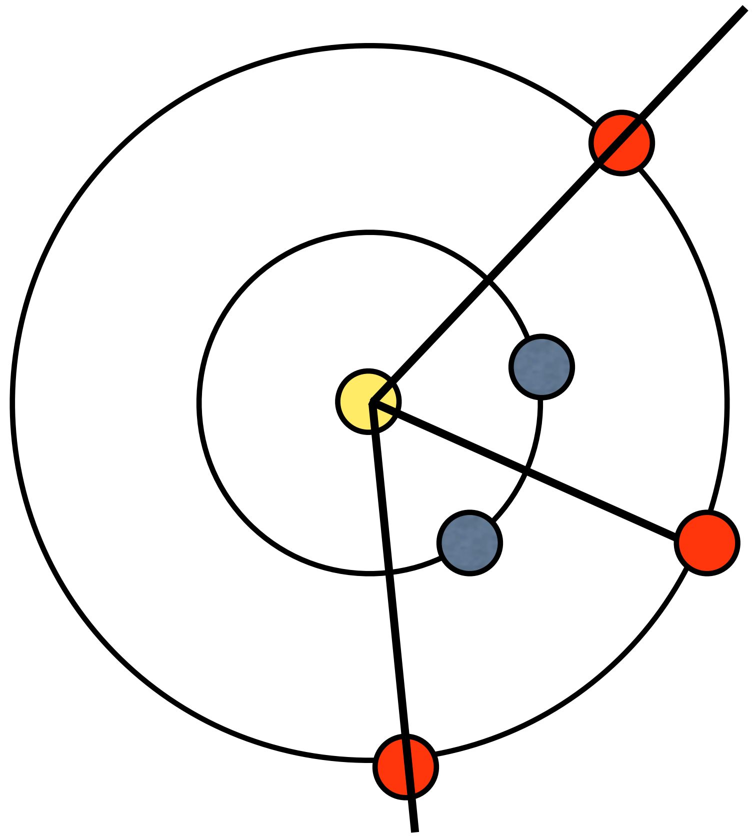
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



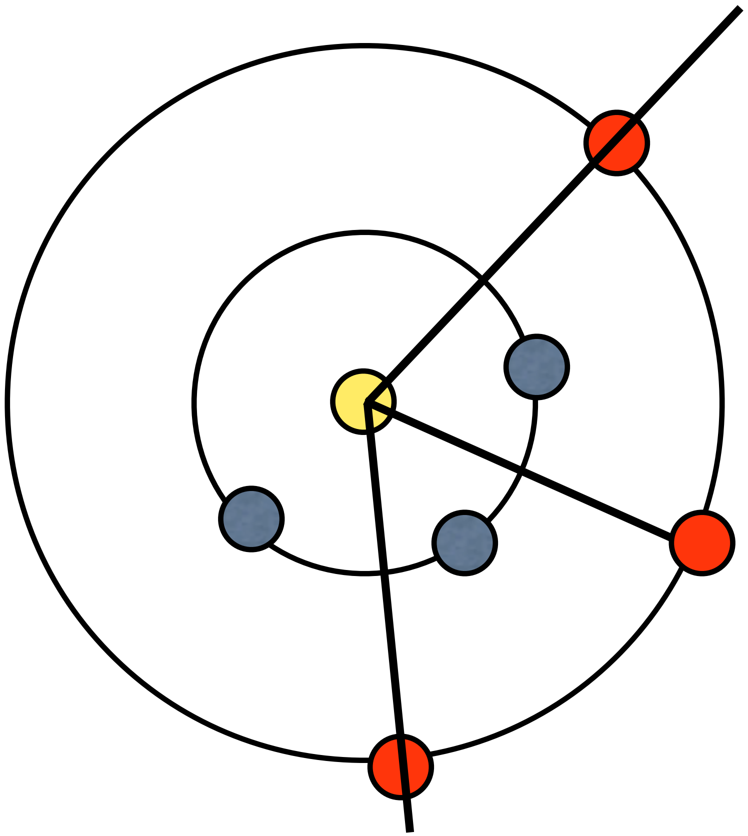
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



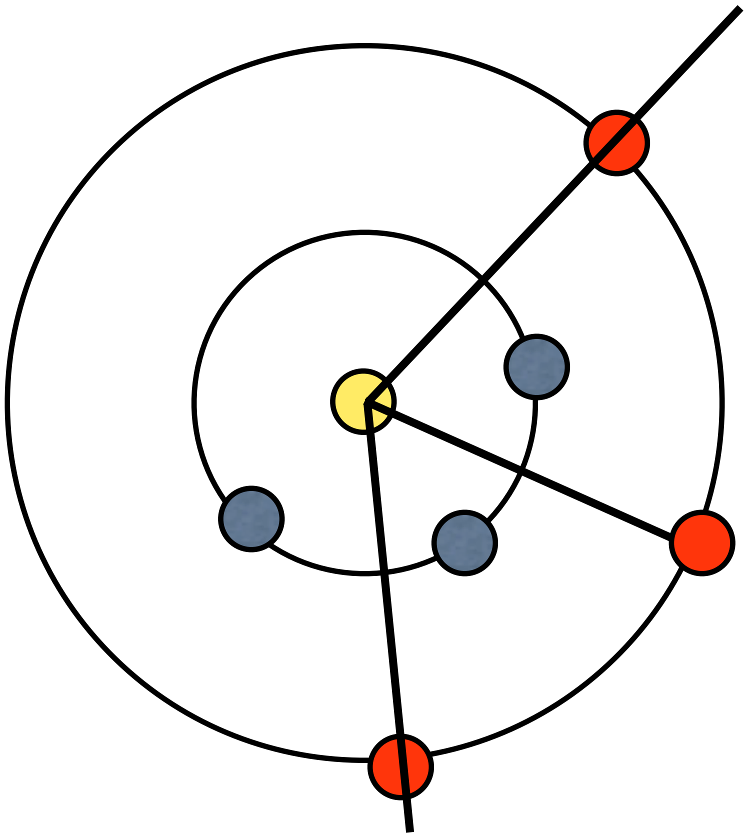
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



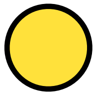
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



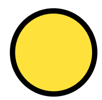
Givet jordbanens form og med en kendt afstand fra jorden til solen kunne Kepler nu ved hjælp af oppositionerne triangulere sig frem til 10 punkter på marsbanen.



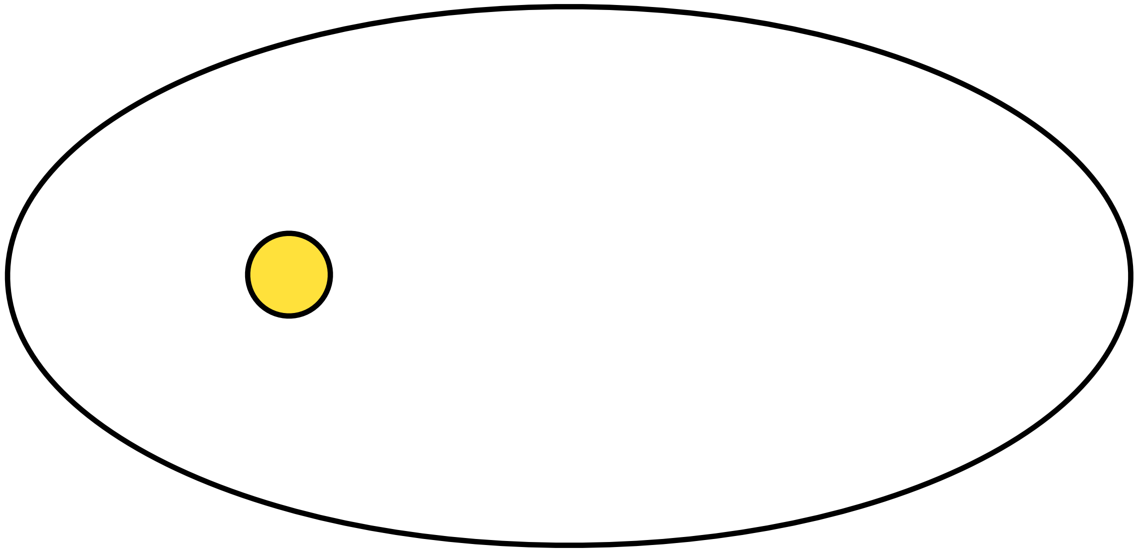
Kepler fandt at marsbanen **ikke** var cirkulær.



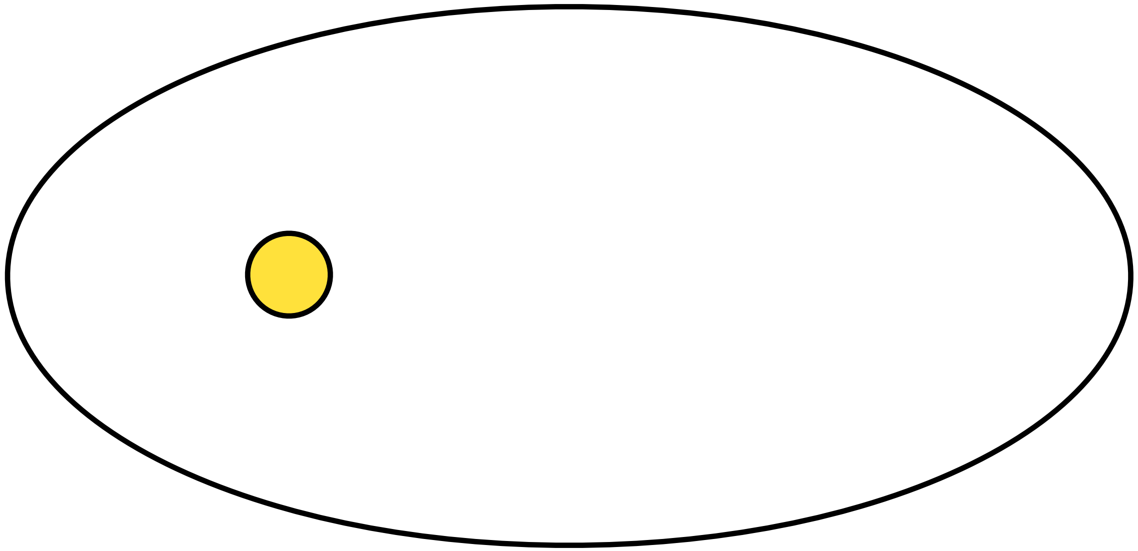
Marsbanen havde form som en **ellipse**.



Marsbanen havde form som en **ellipse**.

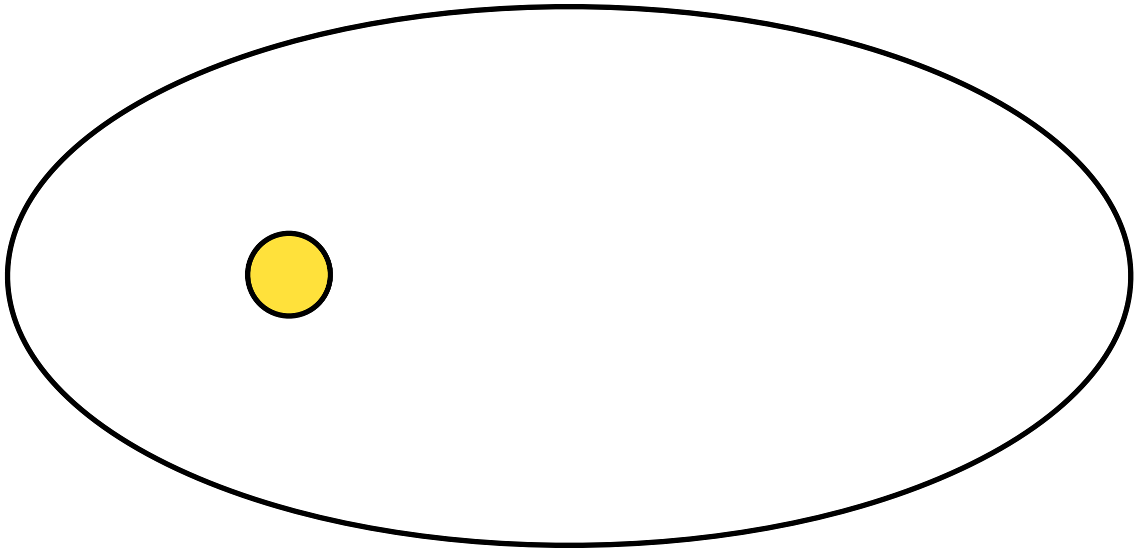


Marsbanen havde form som en **ellipse**.



Solen er beliggende i den ene *brændpunkt*.

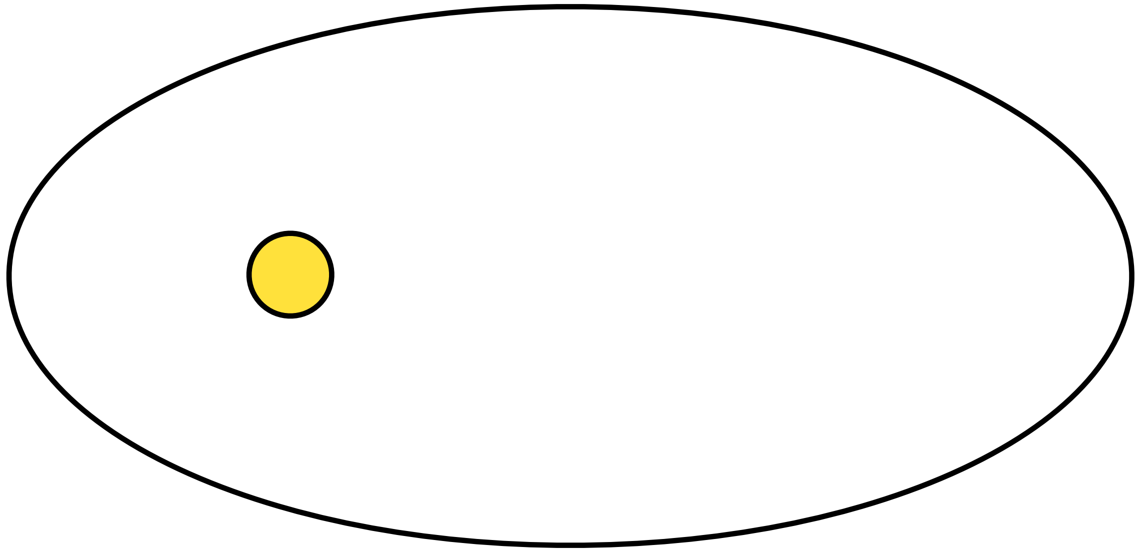
Marsbanen havde form som en **ellipse**.



Solen er beliggende i den ene *brændpunkt*.

Senere fandt Kepler at dette princip gjaldt *alle* planetbaner.

Marsbanen havde form som en **ellipse**.



Solen er beliggende i den ene *brændpunkt*.

Senere fandt Kepler at dette princip gjaldt *alle* planetbaner.

Det kaldes nu for *ellipseloven*, eller Keplers første lov.

Hustru Barbara dør (1611)

Hustru Barbara dør (1611)

Bortvist - flytter til Linz (1612)

Hustru Barbara dør (1611)

Bortvist - flytter til Linz (1612)

Ny hustru - Susana - (1613)

Hustru Barbara dør (1611)

Bortvist - flytter til Linz (1612)

Ny hustru - Susana - (1613)

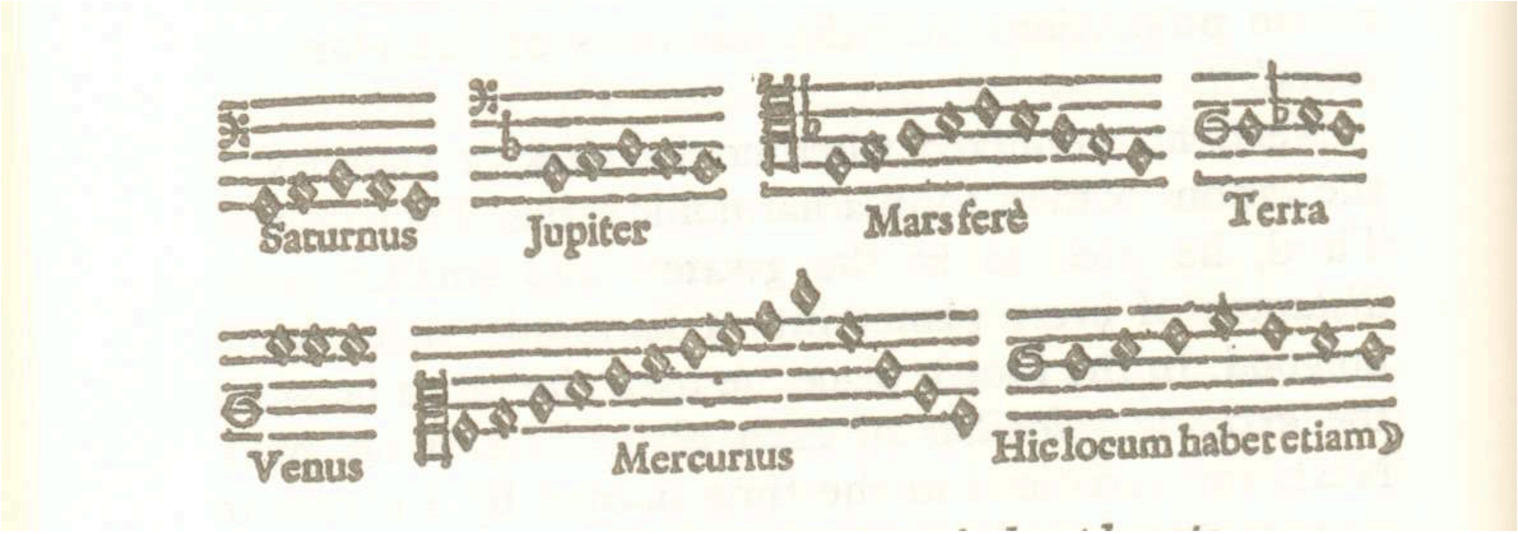
Moderen anklaget for hekseri (1617)

Hustru Barbara dør (1611)

Bortvist - flytter til Linz (1612)

Ny hustru - Susana - (1613)

Moderen anklaget for hekseri (1617)



Ioannis Keppleri

HARMONICES MVNDI

LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas conſtituunt, ortu & demonſtrationibus.

Secundus ARCHITECTONICVS, ſeu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel ſolido:

Tertius proprie HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Natura & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:

Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Eſſentia earumque generibus in Mundo; præſertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœleſtibus in Terram deſcendentibus, eiuſque effectu in Natura ſeu Anima ſublunari & Humana:

Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis abſolutiſſimis motuum cœleſtium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.

Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxonienſis ſpeculationibus Harmonicis, operi de Macrocoſmo & Microcoſmo inſertis.

Cum S. C. M^tis. Priuilegio ad annos XV.

Lincii Auſtriæ,

Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

1619

Under trykningen af "Harmonices" opdager Kepler en sammenhæng mellem planeternes banestørrelser a og deres omløbstid T :

Under trykningen af "Harmonices" opdager Kepler en sammenhæng mellem planeternes banestørrelser a og deres omløbstid T:

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

Under trykningen af "Harmonices" opdager Kepler en sammenhæng mellem planeternes banestørrelser a og deres omløbstid T :

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

Konstanten C har *samme værdi for alle planeterne.*

Under trykningen af “Harmonices” opdager Kepler en sammenhæng mellem planeternes banestørrelser a og deres omløbstid T :

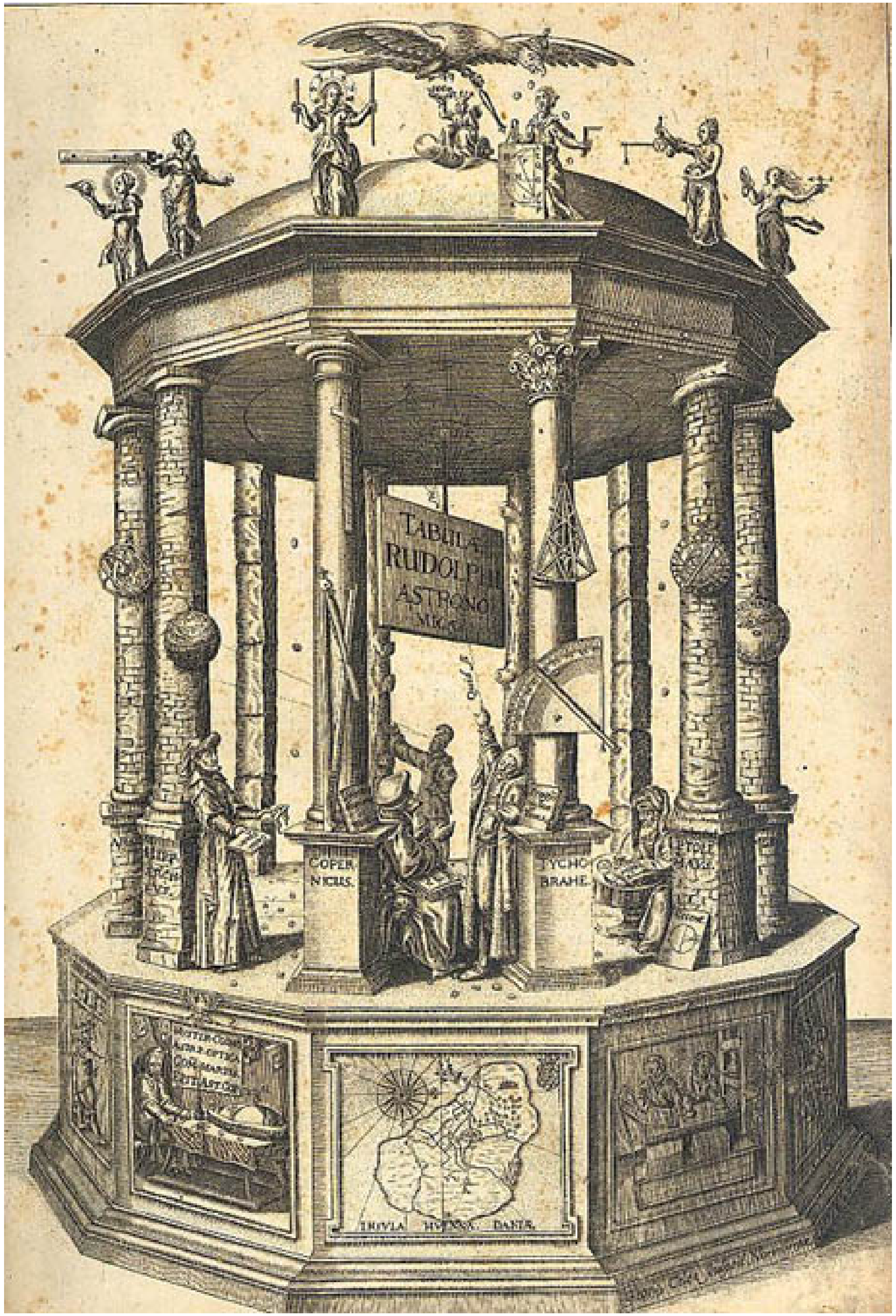
$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

Konstanten C har *samme værdi for alle planeterne*.

Denne lovmæssighed kaldes *periodeloven* eller Keplers 3. lov.

…og ønsker læseren [opdagelsens] nøjagtige tidspunkt så blev ideen født den 8. marts 1618 men beregningerne gik dårligt og den blev derfor først forkastet som værende forkert, men genopstod den 15. maj, og da, idet en ny fremgangsmåde blev iagttaget, forsvandt mørket fra mit sind. Så stærkt var denne kombination af sytten års arbejde med Brahes observationer og mine nye studier i forening at jeg først troede jeg drømte og var kommet til at antage mine egne konklusioner. Men det er imidlertid fuldstændigt korrekt at forholdet mellem to planeters perioder er den trehalve rod af det inverse forholde mellem deres middelafstande….

(fra Harmonices Mundi (1619))



De Rudolphin'ske Tabeller (1628)

Kepler dør 1630

Planetbanernes form og beskrivelsen af bevægelsen langs banen har karakter af et rent **kinematisk** [bevægelses-beskrivende] studie.

Planetbanernes form og beskrivelsen af bevægelsen langs banen har karakter af et rent **kinematisk** [bevægelses-beskrivende] studie.

Først med opdagelsen af differentialregningen (Newton, Leibnitz, 1680'erne) optræder de første **dynamiske** forklaringer, hvor legemers **acceleration** indføres og knyttes sammen med begrebet **kraft**.

Planetbanernes form og beskrivelsen af bevægelsen langs banen har karakter af et rent **kinematisk** [bevægelses-beskrivende] studie.

Først med opdagelsen af differentialregningen (Newton, Leibnitz, 1680'erne) optræder de første **dynamiske** forklaringer, hvor legemers **acceleration** indføres og knyttes sammen med begrebet **kraft**.

Planetbanernes form og beskrivelsen af bevægelsen langs banen har karakter af et rent **kinematisk** [bevægelses-beskrivende] studie.

Først med opdagelsen af differentialregningen (Newton, Leibnitz, 1680'erne) optræder de første **dynamiske** forklaringer, hvor legemers **acceleration** indføres og knyttes sammen med begrebet **kraft**.

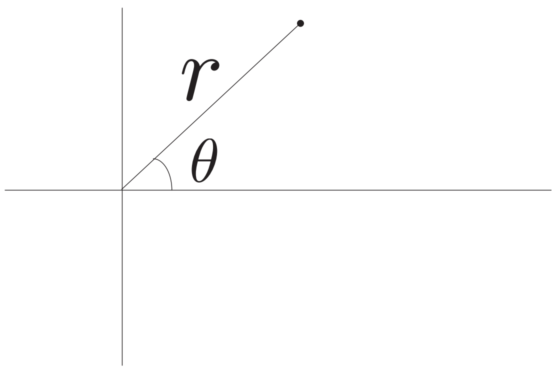
Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

$$r = r(\theta)$$

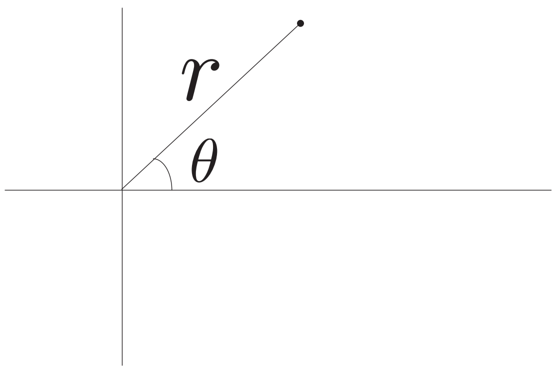
Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

$$r = r(\theta)$$



Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

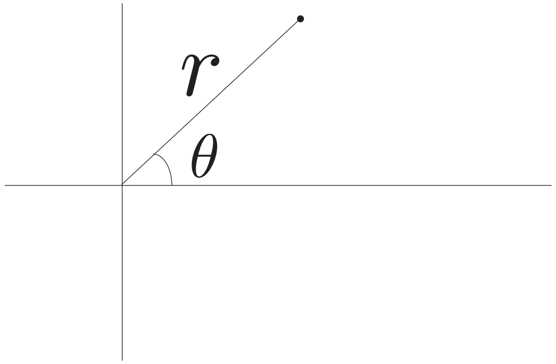
$$r = r(\theta)$$



eller ved parameterfremstillingen

Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

$$r = r(\theta)$$

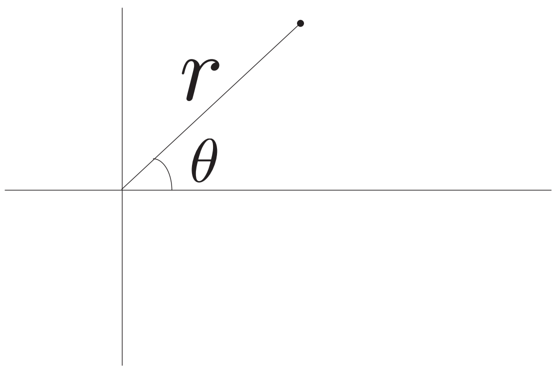


eller ved parameterfremstillingen

$$r = r(t)$$
$$\theta = \theta(t)$$

Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

$$r = r(\theta)$$



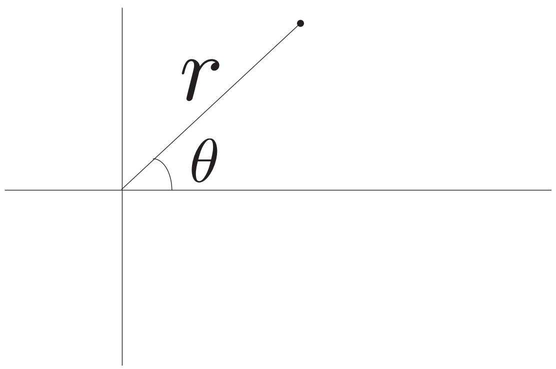
eller ved parameterfremstillingen

$$r = r(t)$$
$$\theta = \theta(t)$$

Accelerationsvektoren er da givet ved

Banekurven kan i polære koordinater (r, θ) enten beskrives ved

$$r = r(\theta)$$



eller ved parameterfremstillingen

$$r = r(t)$$
$$\theta = \theta(t)$$

Accelerationsvektoren er da givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Accelerationsvektoren er givet ved

Accelerationsvektoren er givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Accelerationsvektoren er givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Arealloven

Accelerationsvektoren er givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Arealloven

medfører at

Accelerationsvektoren er givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Arealloven $$r^2\dot{\theta} = h$$

medfører at

Accelerationsvektoren er givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Arealloven

$$r^2\dot{\theta} = h$$

medfører at

$$(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0$$

Accelerationsvektoren er givet ved

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

Arealloven $\quad r^2\dot{\theta} = h$

medfører at

$$(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0$$

dvs accelerationen er rettet langs radiusvektor --
i dette tilfælde mod solen

JAVA

Ellipseloven

Ellipseloven

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p}(1 + e\cos(\theta))$$

Ellipseloven

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p}(1 + e\cos(\theta))$$

medfører at

Ellipseloven

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p}(1 + e\cos(\theta))$$

medfører at

$$(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\left(\frac{h^2}{p}\right)\frac{1}{r^2}$$

Ellipseloven

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p}(1 + e\cos(\theta))$$

medfører at

$$(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\left(\frac{h^2}{p}\right)\frac{1}{r^2}$$

dvs accelerationen har en størrelse der er omvendt proportional med kvadratet på afstanden

Periodeloven

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at

$$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at

$$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

dvs

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at

$$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

dvs

$$T^2 = 4\pi^2 a^3 \frac{p}{h^2}$$

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at

$$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

dvs

$$T^2 = 4\pi^2 a^3 \frac{p}{h^2}$$

$$\frac{h^2}{p} = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} = 4\pi^2 C$$

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at
$$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

dvs

$$T^2 = 4\pi^2 a^3 \frac{p}{h^2}$$

$$\frac{h^2}{p} = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} = 4\pi^2 C$$

dvs accelerationen er givet ved $a =$

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at $$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

dvs

$$T^2 = 4\pi^2 a^3 \frac{p}{h^2}$$

$$\frac{h^2}{p} = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} = 4\pi^2 C$$

dvs accelerationen er givet ved $a = -\dfrac{4\pi^2 C}{r^2}$

Periodeloven

$$\frac{a^3}{T^2} = C$$

sammen med areal-loven giver at $$T = \frac{2}{h}\pi ab$$

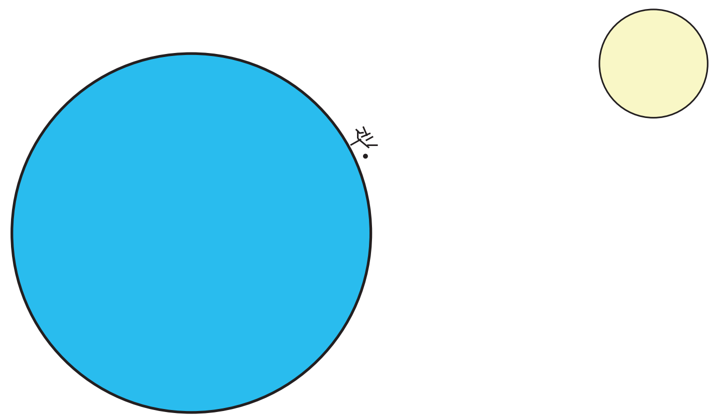
dvs

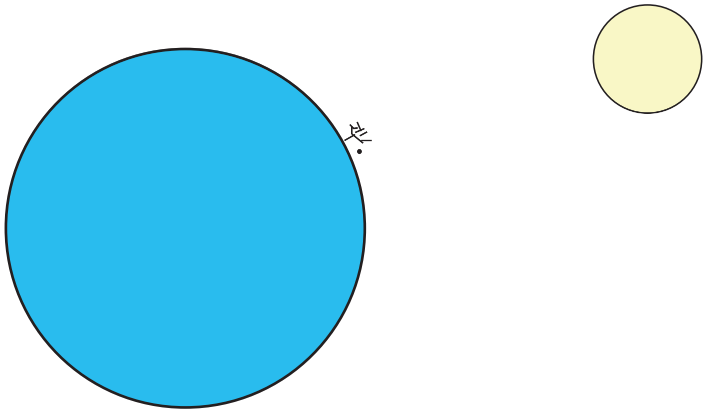
$$T^2 = 4\pi^2 a^3 \frac{p}{h^2}$$

$$\frac{h^2}{p} = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} = 4\pi^2 C$$

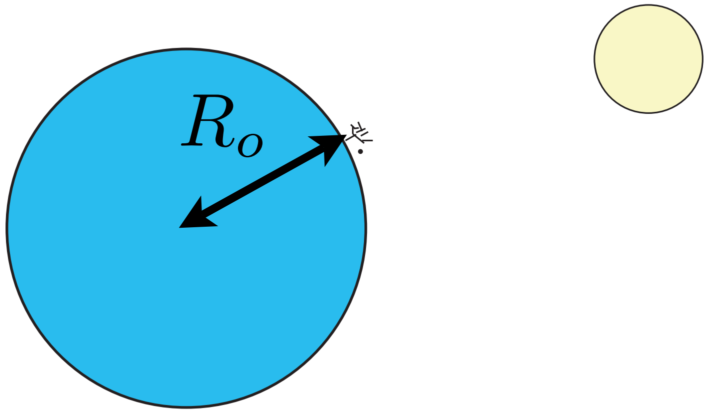
dvs accelerationen er givet ved $a = -\dfrac{4\pi^2 C}{r^2}$

samme accelerationslov for *alle* planeter

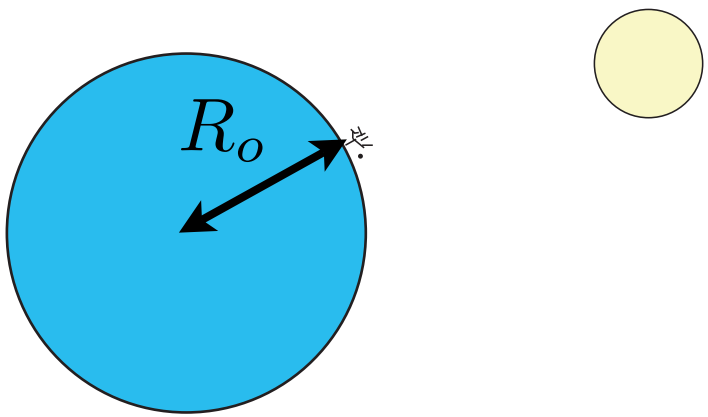




Specielt skal der nær jordens overflade gælde

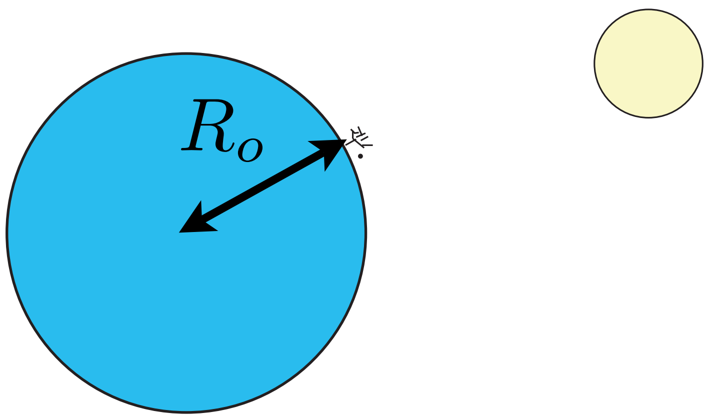


Specielt skal der nær jordens overflade gælde



Specielt skal der nær jordens overflade gælde

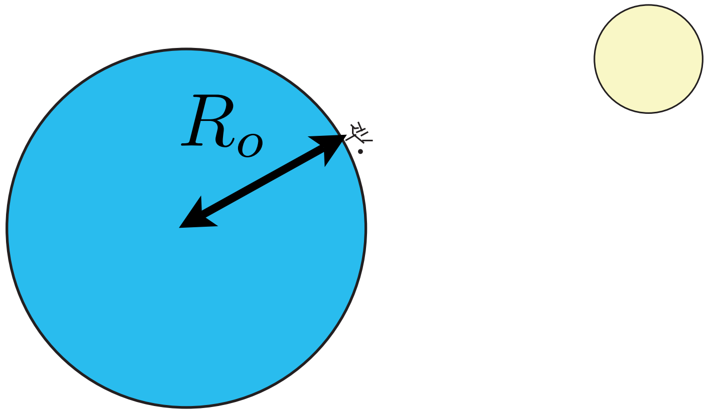
$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$



Specielt skal der nær jordens overflade gælde

$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$

hvor R_o er jordklodens radius, og C' er tiltrækningskonstanten for alle ting der bliver tiltrukket af jorden

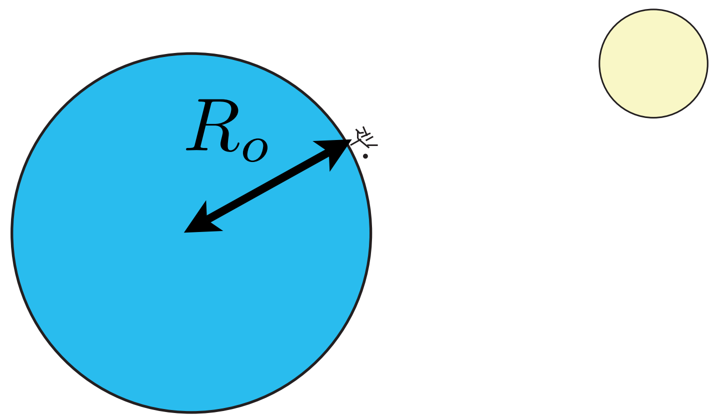


Specielt skal der nær jordens overflade gælde

$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$

hvor R_o er jordklodens radius, og C' er tiltræknings-konstanten for alle ting der bliver tiltrukket af jorden

Det gør *månen* også; så der skal gælde at



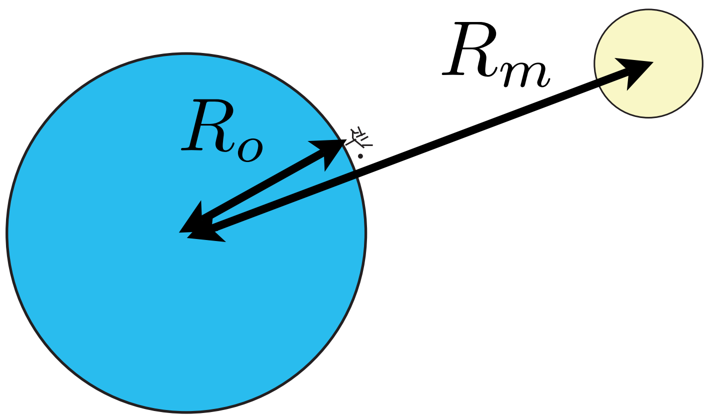
Specielt skal der nær jordens overflade gælde

$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$

hvor R_o er jordklodens radius, og C' er tiltræknings-konstanten for alle ting der bliver tiltrukket af jorden

Det gør *månen* også; så der skal gælde at

$$C' = \frac{R_m^3}{(1 \text{ måned})^2}$$



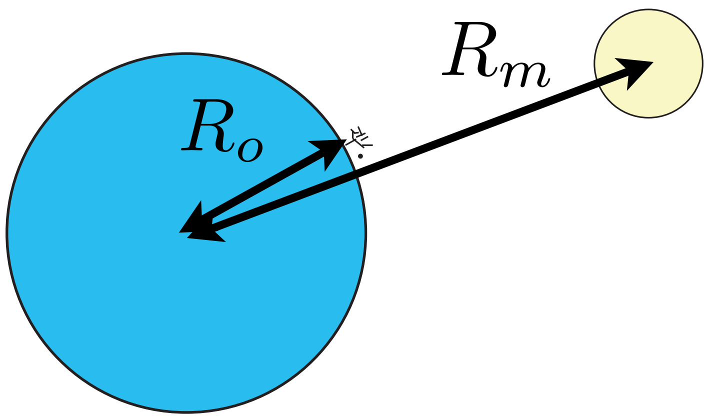
Specielt skal der nær jordens overflade gælde

$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$

hvor R_o er jordklodens radius, og C' er tiltræknings-konstanten for alle ting der bliver tiltrukket af jorden

Det gør *månen* også; så der skal gælde at

$$C' = \frac{R_m^3}{(1 \text{ måned})^2}$$



Specielt skal der nær jordens overflade gælde

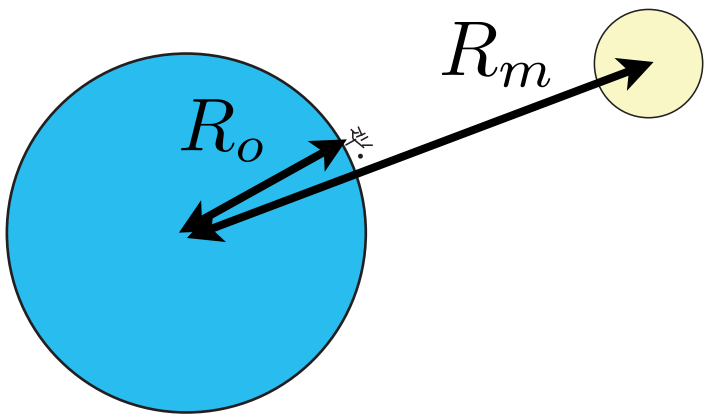
$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$

hvor R_o er jordklodens radius, og C' er tiltræknings-konstanten for alle ting der bliver tiltrukket af jorden

Det gør *månen* også; så der skal gælde at

$$C' = \frac{R_m^3}{(1 \text{ måned})^2}$$

Derfor forudsiger Keplers love at



Specielt skal der nær jordens overflade gælde

$$g = \frac{4\pi^2 C'}{R_o^2}$$

hvor R_o er jordklodens radius, og C' er tiltræknings-konstanten for alle ting der bliver tiltrukket af jorden

Det gør *månen* også; så der skal gælde at

$$C' = \frac{R_m^3}{(1 \text{ måned})^2}$$

Derfor forudsiger Keplers love at

$$g = 9.8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

SLUT